［１］次の計算をしなさい。

(1)　$-2^2 + 3 \times (-4)^2$

$= -4 + 48$

$= 44$

(2)　$3^2 \times (-4) - (-3)^2$

$= -36 - 9$

$= -45$

(3)　$(1 + 2\sqrt{3})^2$

$= 1 + 4\sqrt{3} + 12$

$= 13 + 4\sqrt{3}$

(4)　$(2 - \sqrt{6})^2$

$= 4 - 4\sqrt{6} + 6$

$= 10 - 4\sqrt{6}$

［２］次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2 - 9$

$= (x - 3)(x + 3)$

(2)　$9a^2 - 16$

$= (3a - 4)(3a + 4)$

(3)　$x^2 + 6x + 9$

$= (x + 3)^2$

(4)　$x^2 - 8x + 16$

$= (x - 4)^2$

(5)　$x^2 + 5x + 4$

$= (x + 1)(x + 4)$

(6)　$2x^2 - x - 21$

$= (2x - 7)(x + 3)$

［３］次の方程式を解きなさい。

(1)　$8 - 5x = -7$

$-5x = -15$

$x = 3$

(2)　$-4x + 2 = 3x + 9$

$-4x - 3x = -2 + 9$

$-7x = 7$

$x = -1$

(3)　$\begin{cases} x + 3y = 7 & \cdots\cdots ① \\ 3x - 6y = 1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①× 2 －②より

$$\begin{array}{rrcl} & 2x + 6y & = & 14 \\ +) & 3x - 6y & = & 1 \\ \hline & 5x & = & 15 \end{array}$$

$x = 3$

①に代入して $3y = 7 - 3$

$y = \dfrac{4}{3}$　$\begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

(4)　$\begin{cases} 3x - 2y = 4 & \cdots\cdots ① \\ x = 4y - 2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②を①に代入して、

$3(4y - 2) - 2y = 4$

$12y - 6 - 2y = 4$

$10y = 10$

$y = 1$

②に代入して、$x = 2$　$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

受験番号	氏　　　名	中学校名

[4]次の問いに答えなさい。

(1) 一冊 100 円のノートと 80 円のノートを、合わせて 30 冊買い、2660 円支払った。次の問いに答えなさい。

① 100 円のノートと 80 円のノートの買った冊数をそれぞれ x 冊、y 冊として、連立方程式を作りなさい。

$$\begin{cases} x + y = 30 & \text{------ ①} \\ 100x + 80y = 2660 & \text{------ ②} \end{cases}$$

② x と y の値を求めなさい。

①× 80 －②より、

$$\begin{array}{rrcl} & 80x + 80y &=& 2400 \\ -) & 100x + 80y &=& 2660 \\ \hline & -20x &=& -260 \\ & x &=& 13 \end{array}$$

①に代入すると、　$y = 17$

$$\begin{cases} x = 13 \\ y = 17 \end{cases}$$

(2) ある高校の昨年の入学生徒数は、男女合わせて 300 人だった。今年は、男子が昨年度の生徒数に較べて 15 ％増加し、女子が昨年度の生徒数に較べて 5 ％減少したので、あわせて 29 人増加した。次の問いに答えなさい。

①昨年の入学生のうち男子の人数を x 人、女子の人数を y 人として、連立方程式を作りなさい。

$$\begin{cases} x + y = 300 & \text{------ ①} \\ x \times 0.15 + y \times (-0.05) = 29 & \text{------ ②} \end{cases}$$

② x と y の値を求めなさい。

②より、$15x - 5y = 2900$

よって、$3x - y = 580$ ------ ②'

②'+①

$$\begin{array}{rrcl} +) & x + y &=& 300 \\ \hline & 4x &=& 880 \end{array}$$

ゆえに、　$x = 220$

①に代入すると、

$220 + y = 300$

$y = 80$

$$\begin{cases} x = 220 \\ y = 80 \end{cases}$$

(3) A 町から B 町まで 30km の道のりを、自転車に乗って出かけたが、途中でパンクしたので降りて押して行ったため、5 時間かかった。自転車の速度は 12km/h、降りて押す速度は 3km/h である。パンクしたのは、出発して何 km の地点か、求めなさい。

x km の地点でパンクしたとし、残りの道のりを y km とする。

$$\begin{cases} x + y = 30 & \text{------ ①} \\ \dfrac{x}{12} + \dfrac{y}{3} = 5 & \text{------ ②} \end{cases}$$

②× 12 より、$x + 4y = 60$ ------ ②'

①× 4 －②'

$$\begin{array}{rrcl} & 4x + 4y &=& 120 \\ -) & x + 4y &=& 60 \\ \hline & 3x &=& 60 \end{array}$$

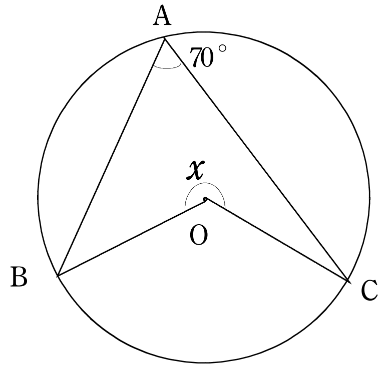
よって、　$x = 20$

答　20km の地点

受験番号	氏　　　名	中学校名

［５］次の問いに答えなさい。

(1) 図のように、円 O の円周上に 3 つの点 A、B、C がある。$\angle \mathrm{BAC} = 70^\circ$ であるとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



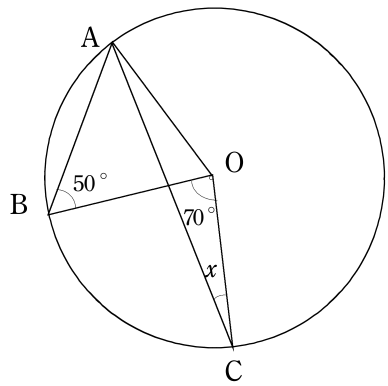
同じ弧に立つ円周角と中心角の関係より、

$\angle \mathrm{BOC} = 70^\circ \times 2 = 140^\circ$

$\angle \mathrm{BOC} + \angle x = 360^\circ$ だから、

$\angle x = 240^\circ$

(2) 図のように、円 O の円周上に 3 つの点 A、B、C がある。$\angle \mathrm{ABO} = 50^\circ$、$\angle \mathrm{BOC} = 70^\circ$ であるとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



△ OAB は二等辺三角形、

よって、　$\angle \mathrm{OAB} = 50^\circ$

だから、　$\angle \mathrm{AOB} = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ$

$= 80^\circ$

△ OAC は二等辺三角形、

よって、$\angle \mathrm{OAC} = \angle x$

△ OAC の内角の和は 180° なので、

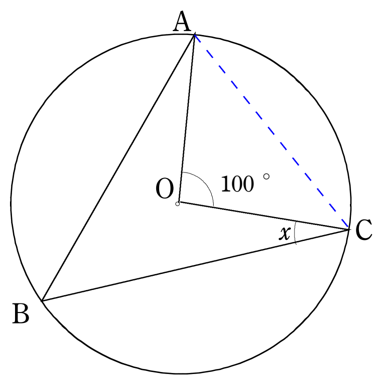
$2 \times \angle x + \angle \mathrm{AOB} + 70^\circ = 180^\circ$

$2x + 80 + 70 = 180$

$2x = 30$

$x = 15$　　　ゆえに、$\angle x = 15^\circ$

(3) 図のように、円 O の円周上に 3 つの点 A、B、C がある。$\angle \mathrm{AOC} = 100^\circ$、$\mathrm{AB} = \mathrm{BC}$ であるとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\mathrm{AB} = \mathrm{BC}$ なので、△ ABC は二等辺三角形、

よって、$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{BCA}$

同じ弧に立つ円周角と中心角の関係より、

$\angle \mathrm{ABC} = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$

よって、$\angle \mathrm{BCA} + \angle \mathrm{BAC} + 50^\circ = 180^\circ$

ゆえに、$2 \times \angle \mathrm{BCA} = 130^\circ$

$\angle \mathrm{BCA} = 65^\circ$

一方、△ OCA は二等辺三角形なので、

$\angle \mathrm{OCA} = \angle \mathrm{OAC}$

$\angle \mathrm{OCA} = (180^\circ - 100^\circ) \div 2$

$= 40^\circ$

よって、$\angle x + 40^\circ = 65^\circ$

$\therefore\ \angle x = 25^\circ$

受験番号	氏　　名	中学校名

［６］次の問いに答えなさい。

(1) グラフが次のようになる一次関数の式を、それぞれ求めなさい。

①傾きが 4 で、切片が − 2 の直線

$y = 4x - 2$

②２点（−６，１)、(２，−３）を通る直線

傾き $\dfrac{-3-1}{2-(-6)} = \dfrac{-4}{8} = -\dfrac{1}{2}$

よって直線の方程式は $y = -\dfrac{1}{2}x + b$

点 (− 6, 1) を代入すると、$1 = -\dfrac{1}{2}(-6) + b$

$1 - 3 = b$

よって、$b = -2$ だから、　方程式は、$y = -\dfrac{1}{2}x - 2$

③傾きが − 2 で、点（３，−１）を通る直線

直線の方程式を $y = -2x + b$ とすると、

点 (3, − 1) を通るので代入すると、$-1 = -2 \times 3 + b$

$5 = b$

よって、方程式は、$y = -2x + 5$

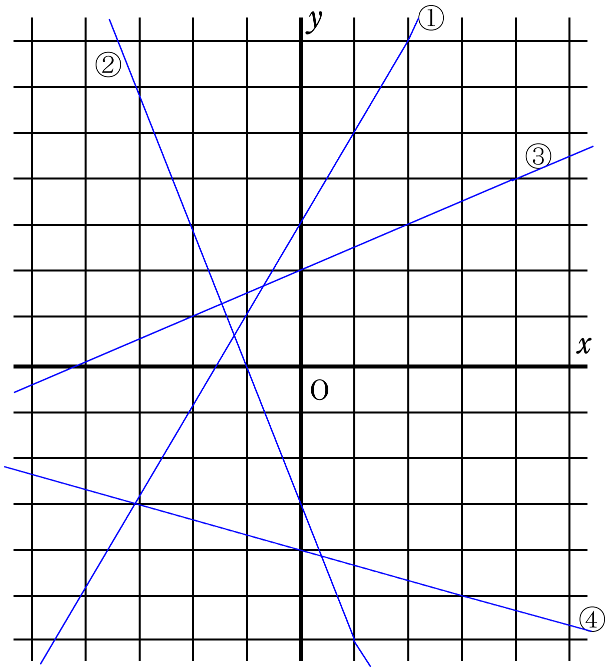
(2) 次の一次関数のグラフを書きなさい。

① $y = 2x + 3$

② $y = -3x - 3$

③ $y = \dfrac{1}{2}x + 2$

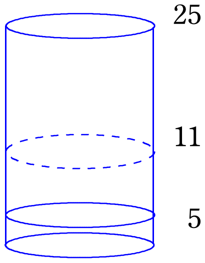
④ $y = -\dfrac{1}{3}x - 4$



受験番号	氏　　　名	中学校名

［７］深さ 25cm の円柱状の容器に水が底から 5cm の高さまではいっている。この容器に満水になるまで一定の割合で水を入れたとき、入れ始めてから 3 分後の水面の高さは 11cm だった。次の問いに答えなさい。

(1) 水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cm とする。y を x の式で表しなさい。



3 分間で、11 － 5 ＝ 6cm 入るから、一定の割合で入れたとすると、1 分間に 2cm の割りで水が入る。

よって、$y = 2x + 5$

(2) 満水になるのは、水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

$y = 25$ のとき、満水になるから

$25 = 2x + 5$

$2x = 20$

$x = 10$

答　10 分後

［８］長さ 10cm のバネがあり、5g のおもりをつるすと 25cm になる。xg のおもりをつるしたときのバネの長さを y cm とする。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

5g で 25cm － 10cm ＝ 15cm のびるので、
1g では、3cm のびる。

よって、　$y = 3x + 10$

(2) バネ全体の長さが 40cm になるのは何 g のおもりをつるしたときか求めなさい。

$y = 40$ のときだから、

$40 = 3x + 10$

$3x = 30$

$\therefore\ x = 10$

答　10 g

受験番号	氏　　　名	中学校名

［９］次の問いに答えなさい。

(1) さいころを投げてどの目が出るかは同様に確からしいとする。1 つのさいころを投げるとき、4 以上の目が出る確率を求めなさい。

4 以上の目は 4 と 5 と 6 である。
4 の目が出る確率は、$\frac{1}{6}$
5 の目が出る確率は、$\frac{1}{6}$
6 の目が出る確率は、$\frac{1}{6}$　4 以上の目が出る確率はすべてたして、

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

(2) 1 つのさいころを続けて 2 回投げるとき、1 回目に出る目の数が 2 以下の数で、2 回目に出る目の数も 2 以下である確率を求めよ。

出る目の数が 2 以下であるのは、1 と 2 であるから、

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

1 回目も 2 以下、2 回目も 2 以下になるのは、$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(3) 大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、出た目の数の積が奇数である確率を求めなさい。

積が奇数になるのは、
1 と 1　　5 と 1
1 と 3　　5 と 3
1 と 5　　5 と 5
3 と 1
3 と 3
3 と 5
の 9 通りである。どの出かたも確率は $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}$

9 通りあるから、$\frac{1}{\cancel{6}_{2}}\times\frac{1}{\cancel{6}_{2}}\times\cancel{9}^{3}=\frac{1}{4}$

(4) 大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、大きいさいころの出る目の数を a、小さいさいころの出る目の数を b とする。このとき、$a-b\geqq 0$ となる確率を求めなさい。

大きいさいころの目の方が、小さいさいころの目より大きいか等しい場合がいくつあるか数える。

大	小
1	1
2	1
2	2
3	1
3	2
3	3
4	1
4	2
4	3
4	4
5	1
5	2

大	小
5	3
5	4
5	5
6	1
6	2
6	3
6	4
6	5
6	6

どの目の出方も確率は $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}$

21 通りあるから、

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{\cancel{6}_{2}}\times\cancel{21}^{7}=\frac{7}{12}$$

受験番号	氏　　　名	中学校名

［１０］次の問いに答えなさい。

(1) 箱の中に白玉と黒玉があわせて 10000 個はいっている。この箱の中から、200 個の玉を無作為に取り出して、黒玉の数を数えると 14 個であった。この箱の中の黒玉の個数はおよそ何個と推測されるか求めなさい。

無作為に取り出した 200 個の玉の中の黒玉の割合と、全体の中の黒玉の割合はほぼ同じと考えられるから、

$$\frac{\cancel{14}^{\,7}}{\cancel{200}} \times 100\cancel{0}0 = 700$$

答　700 個

(2) ある工場で製品の抜き取り検査をしたところ、1000 個の中に不良品が 2 個あった。個の製品 25 万個の中に、不良品はおよそ何個あると推測されるか求めなさい。

1000 個の中の不良品の割合と、250000 個の中の不良品の割合はほぼ同じと考えられるから、

$$\frac{2}{\cancel{1000}} \times 250\cancel{000} = 500$$

答　500 個

(3) 袋の中に白玉だけがたくさんはいっている。白玉の個数を推測するために、同じ大きさの赤玉 100 個をこの袋の中に入れ、その中から 50 個の玉を無作為に取り出し、白玉と赤玉の個数を調べた後に袋の中にもどす実験を数回おこなったところ、平均して赤玉は 5 個はいっていた。この結果をもとに、はじめにこの袋の中にはいっていた白玉の個数は、およそ何個と推測されるか求めなさい。

取り出した 50 個の玉の中の赤玉の割合と、元の袋の中の赤玉の割合はほぼ同じと考えられるから、

始めに袋の中に入っていた白玉の数を x とすると、赤玉を合わせて

$$x + 100$$

$$\frac{\cancel{5}^{\,1}}{\cancel{50}_{\,10}} \times (x + 100) = 100$$

$$x + 100 = 1000$$

$$x = 900$$

答　900 個

受験番号	氏　　　名	中学校名

[１１]次の問いに答えなさい。

(1)次の二次方程式を解きなさい。

① $5x^2 - 45 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

$x = 3,\ -3$

② $x^2 + 4 = 85$

$x^2 - 81 = 0$

$(x - 9)(x + 9) = 0$

$x = 9,\ -9$

③ $(x + 2)^2 = 1$

$x + 2 = \pm 1$

$x = -2 \pm 1$

$x = -1,\ -3$

④ $(x - 2)^2 = 25$

$x - 2 = \pm 5$

$x = 2 \pm 5$

$x = 7,\ -3$

⑤ $(x - 3)^2 - 16 = 0$

$(x - 3)^2 = 16$

$x - 3 = \pm 4$

$x = 3 \pm 4$

$x = 7,\ -1$

⑥ $(x + 7)^2 - 27 = 0$

$(x + 7)^2 = 27$

$x + 7 = \pm\sqrt{27}$

$x = -7 \pm 3\sqrt{3}$

⑦ $x^2 + 2x + 1 = 9$

$(x + 1)^2 = 9$

$x + 1 = \pm 3$

$x = -1 \pm 3$

$x = 2,\ -4$

⑧ $x^2 + 4x = 44$

両辺に 4 をたすと、

$x^2 + 4x + 4 = 44 + 4$

$(x + 2)^2 = 48$

$x + 2 = \pm 4\sqrt{3}$

$x = -2 \pm 4\sqrt{3}$

⑨ $x^2 - 8x + 3 = 0$

$x^2 - 8x = -3$

両辺に 16 をたすと、

$x^2 - 8x + 16 = -3 + 16$

$(x - 4)^2 = 13$

$x - 4 = \pm\sqrt{13}$

$x = 4 \pm\sqrt{13}$

⑩ $x^2 + 2x - 5 = 0$

$x^2 + 2x = 5$

両辺に 1 をたすと、

$x^2 + 2x + 1 = 5 + 1$

$(x + 1)^2 = 6$

$x + 1 = \pm\sqrt{6}$

$x = -1 \pm\sqrt{6}$

⑪ $x^2 + 7x + 4 = 0$

解の公式より、

$$x = \frac{-7 \pm\sqrt{49 - 4 \times 4}}{2}$$

$$= \frac{-7 \pm\sqrt{33}}{2}$$

⑫ $x^2 + 3x - 9 = 0$

解の公式より、

$$x = \frac{-3 \pm\sqrt{9 - 4 \times (-9)}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm\sqrt{45}}{2} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

⑬ $x^2 - 5x - 2 = 0$

解の公式より、

$$x = \frac{5 \pm\sqrt{25 - 4 \times (-2)}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm\sqrt{33}}{2}$$

⑭ $6x^2 + 3x - 1 = 0$

解の公式より、

$$x = \frac{-3 \pm\sqrt{9 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm\sqrt{33}}{2}$$

受験番号	氏　　名	中学校名

(2) 次の二次方程式を解きなさいⅡ

① $(x+1)(x-4)=0$

$x+1=0$ または、$x-4=0$
よって、
$x=-1$ または、$x=4$
$x=-1,\ 4$

② $(x-5)(x+3)=0$

$x-5=0$ または、$x+3=0$
よって、
$x=5$ または、$x=-3$
$x=5,\ -3$

③ $x^2-7x=0$
因数分解すると、
$x(x-7)=0$
よって、$x=0$ または、$x-7=0$
$x=0,\ 7$

④ $x^2+2x+1=0$
因数分解すると、
$(x+1)^2=0$
よって、$x+1=0$
$x=-1$

⑤ $x^2+x-20=0$
因数分解すると、
$(x-4)(x+5)=0$
よって、
$x-4=0$ または、$x+5=0$
$x=4,\ -5$

⑥ $x^2-5x+6=0$
因数分解すると、
$(x-2)(x-3)=0$
よって、
$x-2=0$ または、$x-3=0$
$x=2,\ 3$

⑦ $x^2-16x+64=0$
因数分解すると、
$(x-8)^2=0$
よって、
$x-8=0$
$x=8$

⑧ $x^2+2x-15=0$
因数分解すると、
$(x-3)(x+5)=0$
よって、
$x-3=0$ または、$x+5=0$
$x=3,\ -5$

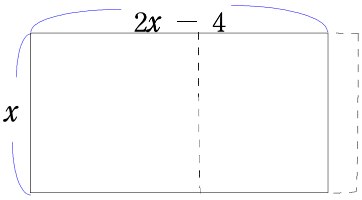
⑨ $2(x^2+2)=(x+1)(x+2)$
展開すると、
$2x^2+4=x^2+3x+2$
$x^2-3x+2=0$
$(x-2)(x-1)=0$
よって、$x=2,\ 1$

⑩ $x^2-\frac{5}{2}x-6=0$
2 倍すると　$2x^2-5x-12=0$
$(2x+3)(x-4)=0$
$2x+3=0$ または、$x-4=0$
よって、$x=-\frac{3}{2},\ 4$

[１２] 横の長さが，縦の長さの 2 倍より 4m 短い長方形の花だんがあります。その花だんの面積が 126m^2 のとき，次の問いに答えなさい。

(1) 花だんの縦の長さを xm として，方程式をつくりなさい。

$x(2x-4)=126$



(2) 花だんの縦の長さを求めなさい。

展開すると、$2x^2-4x-126=0$
$x^2-2x-63=0$
$(x+7)(x-9)=0$
$x>0$ だから、$x-9=0$
$x=9$

答　9m

受験番号	氏　　名	中学校名

［１３］関数 $y = ax^2$ について次の問いに答えなさい。

(1) この関数のグラフが、点（2，2）を通るとき、a の値を求めなさい。

点（2，2）の座標を関数に代入すると、

$$2 = a \times 2^2$$

$$4a = 2$$

よって、$a = \frac{1}{2}$

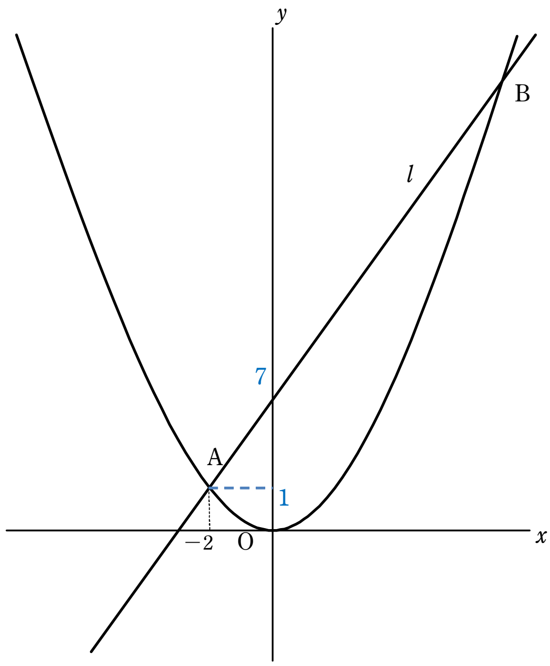
(2) この関数のグラフが、点（$-2, -\frac{4}{3}$）を通るとき、a の値を求めなさい。

点（$-2, -\frac{4}{3}$）の座標を関数に代入すると、

$$-\frac{4}{3} = a \times (-2)^2$$

$$-\frac{4}{3} = 4a \qquad \therefore \quad a = -\frac{1}{3}$$

［１４］図のように関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 A があり、その x 座標は -2 である。また、直線 l は点 A を通り傾きが 3 である。直線 l とのもう一方の交点を B とする。次の問いに答えなさい。



(1) 点 A の座標を求めなさい。

$x = -2$ を関数に代入すると、

$$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2$$

$$= 1$$

$\therefore$　A$(-2,\ 1)$

(2) 直線 l の式を求めなさい。

傾きが 3 なので、l の式を

$y = 3x + b$ とおくと、

点 A$(-2,\ 1)$ を通るから、代入すると、

$$1 = 3 \times (-2) + b$$

$$1 = -6 + b$$

よって、$b = 7$　　$\therefore$　$y = 3x + 7$

(3) 点 B の座標を求めなさい。

点 B は直線 1 と放物線の交点なので、
連立方程式を解くと、

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = 3x + 7 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4}x^2 = 3x + 7$$

4 倍すると、$x^2 - 12x - 28 = 0$

$$(x - 14)(x + 2) = 0$$

$x - 14 = 0$　または、$x + 2 = 0$

よって、$x = 14,\ -2$

$x = -2$ は点 A の x 座標だから、

点 B の x 座標は、$x = 14$

l に代入すると、

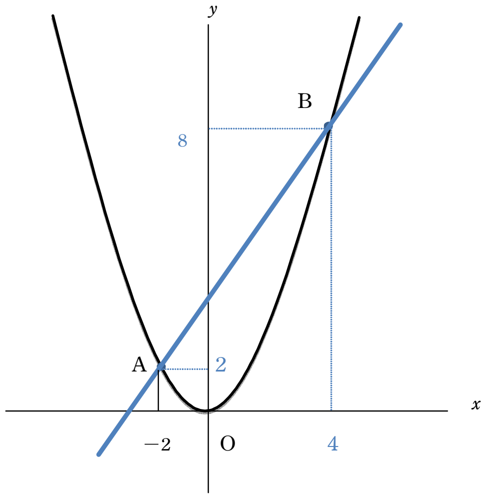
$$y = 3 \times 14 + 7$$

$$= 49$$

$\therefore$　B$(14,\ 49)$

受験番号	氏　　名	中学校名

［１５］図のように、関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点 A、B があり、点 A の x 座標は－2、点 B の y 座標は点 A の y 座標の 4 倍である。次の問いに答えなさい。



(1) 点 A の座標を求めなさい。

$x=-2$ を代入すると、

$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

よって、A$(-2,\ 2)$

(2) 点 B の座標を求めなさい。

点 B の y 座標は、$4\times2=8$ であるから、

$y=8$ を代入すると、

$8=\frac{1}{2}\times x^2$　よって、$x^2=16$

図より、$x>0$ なので、

$x=4$　よって、B$(4,\ 8)$

(3) ２点 A、B を通る直線の式を求めなさい。

A$(-2,\ 2)$、B$(4,\ 8)$ を通るので、

直線の傾きは、$\frac{8-2}{4-(-2)}=1$

よって、方程式を

$y=x+b$ とおくことができる。

点 A$(-2,\ 2)$ を通ることから、代入すると、

$2=(-2)+b$

$b=4$

よって、直線の方程式は、　$y=x+4$

(4) 直線 AB と x 軸との交点を C とする。点 C の座標を求めなさい。

x 軸との交点である点 C の y 座標は　$y=0$ なので、代入すると、

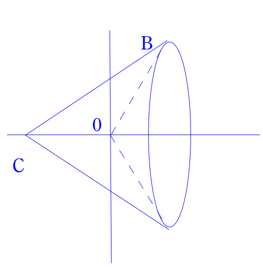
$0=x+4$

よって、$x=-4$

ゆえに、点 C$(-4、0)$

(5) △BCO を x 軸を軸として 1 回転させて出来る立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π、単位は㎤とする。

右図のように、この立体は、円錐から円錐をくりぬいたものである。



外側の円錐の体積は、高さ、$4-(-4)=8$

半径、8　だから、

$\frac{1}{3}\pi\times8^2\times8=\frac{512}{3}\pi$

内側の円錐の体積は、高さ、$4-0=4$

半径は、8　だから、

$\frac{1}{3}\pi\times8^2\times4=\frac{256}{3}\pi$

よって、求める体積は、$\frac{512}{3}-\frac{256}{3}=\frac{256}{3}\pi$ ㎤

受験番号	氏　　名	中学校名

［１６］右の図において、DE ∥ BC である。

(1) x の値を求めなさい。

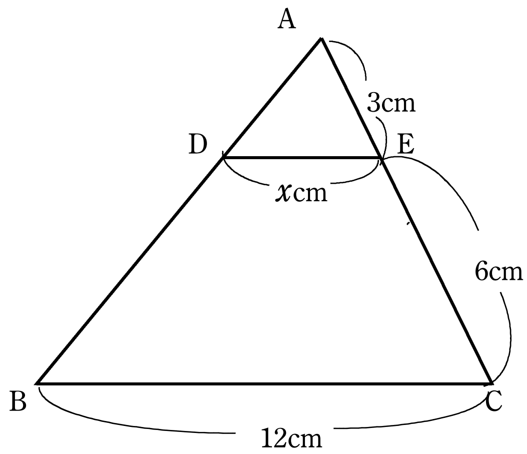
DE ∥ BC なので、

AE ： AC ＝ DE ： BC

3 ： 9 ＝ x ： 12

よって、$9x$ ＝ 3 × 12

x ＝ 4 cm

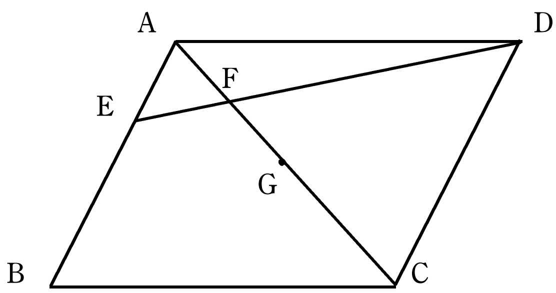


(2) △ ADE と△ ABC の面積比を求めなさい。

(1) より、AE ： AC ＝ 1 ： 3　である。
相似な三角形の面積比は、相似比の二乗になるので、

△ ADE ： △ ABC ＝ 1 ： 9

［１７］平行四辺形 ABCD がある。
辺ＡＢを 2 : 3 に分ける点Ｅ、線分ＤＥと対角形ＡＣの交点をＦ、ＡＣの中点をＧとする。このとき次の問いに答えなさい。



(1)　ＡＦ ： ＦＧをもっとも簡単な整数比で答えなさい。

AE ： AB ＝ 2 ： 5　　AB ＝ DC なので

AF ： FC ＝ AE ： DC ＝ 2 ： 5

よって、AF ： AC ＝ 2 ： 7

G は中点なので、AC ： AG ＝ 2 ： 1

よって、 AF ： AG ＝ 2 : $\frac{7}{2}$

FG ＝ AG － AF だから、

AF ： FG ＝ 2 ： ($\frac{7}{2}$ － 2) ＝ 2 : $\frac{3}{2}$ ＝ 4 ： 3

(2)　平行四辺形ＡＢＣＤの面積は△ＡＥＧの面積の何倍か求めなさい。

△ ABC と△ AEC において

AE ＝ $\frac{2}{5}$AB だから、△ AEC ＝ $\frac{2}{5}$ △ABC

△ AEC と△ AEG において、

AG ＝ $\frac{1}{2}$AC だから、△ AEG ＝ $\frac{1}{2}$ △AEC

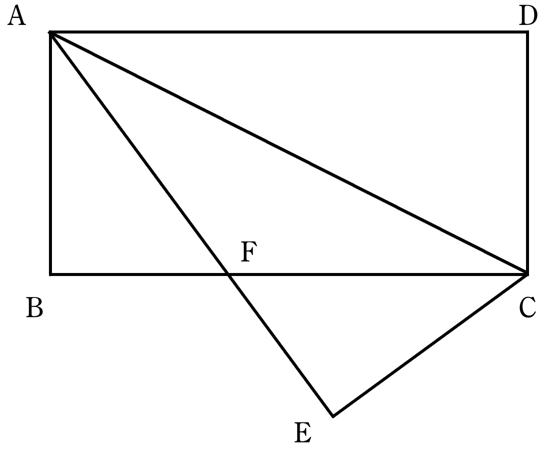
よって、△ AEG ＝ $\frac{1}{2}$ × $\frac{2}{5}$ △ ABC ＝ $\frac{1}{5}$ △ABC

ゆえに、△ABC ＝ 5 △AEG

よって、平行四辺形 ABCD ＝ 2 △ABC ＝ 10 △AEG　　答　10 倍

受験番号	氏　　　名	中学校名

[１８]長方形 ABCD について、AB ＝ 5cm、BC ＝ 10cm である。対角線 AC に沿って折り返したとき、右図のようになった。



(1) BF の長さを求めなさい。

△ AEC ≡ △ ADC だから

∠ EAC ＝ ∠ DAC

また、∠ DAC ＝ ∠ BCA なので、

∠ EAC ＝ ∠ BCA となり、底角が等しいので△ AFC は二等辺三角形である。

よって、AF ＝ CF

ここで、BF ＝ x とおくと、FC ＝ $10 - x$

よって、AF ＝ $10 - x$

△ ABF は直角三角形なので、

三平方の定理より、$AB^2 + BF^2 = AF^2$

AB ＝ 5 より、　$5^2 + x^2 = (10 - x)^2$

展開すると、$25 + x^2 - (10 - x)^2 = 0$

$25 + x^2 - 100 + 20x - x^2 = 0$

つまり、$20x - 75 = 0$

$4x = 15$

$x = \dfrac{15}{4}$　　答　$\dfrac{15}{4}$ cm

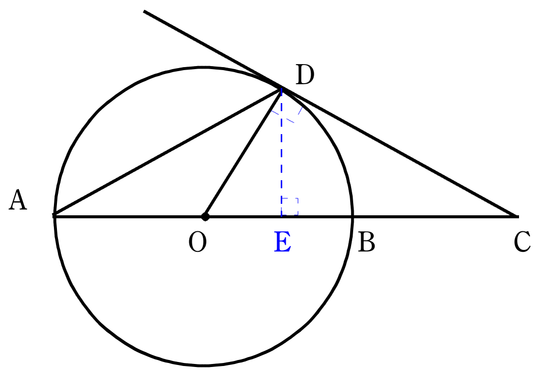
(2) △ ACF の面積を求めなさい。

$FC = 10 - BF = 10 - \dfrac{15}{4} = \dfrac{25}{4}$

$\triangle AFC = \dfrac{1}{2} \times FC \times AB = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{25}{4} \times 5 = \dfrac{125}{8}$

答　$\dfrac{125}{8}$ ㎠

[１９]右図のように、半径 3cm の円 O がある。直線 CD は点 D で円 O と接している。BC ＝ 3cm のとき、次の問いに答えなさい。



(1) CD の長さを求めなさい。

CD は接線なので、∠ ODC ＝ 90°

OD ＝ OB ＝ 3

BC ＝ 3 なので、OC ＝ 6 である。

△ ODC は直角三角形だから、三平方の定理より、

$CD^2 + OD^2 = OC^2$

$CD^2 + 3^2 = 6^2$

$CD^2 = 36 - 9$

$= 27$

よって、$CD = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

答 $3\sqrt{3}$ cm

(2) △ AOD の面積を求めなさい。

点 D から AC に垂線をおろし、交点を E とする。

△ OED ∽ △ ODC なので、ED : DC ＝ OD : OC

値を代入すると、　ED : $3\sqrt{3}$ ＝ 3 : 6

よって、$ED = \dfrac{3\sqrt{3} \times \cancel{3}}{\cancel{6}\ 2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\triangle AOD = \dfrac{1}{2} \times AO \times ED = \dfrac{1}{2} \times 3 \times \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$= \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

答　$\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ ㎠

受験番号	氏　　　名	中学校名

［２０］次の計算をしなさい。

(1)　$-3^2-5\times(-2)^2$

$=-9-20$

$=-29$

(2)　$2^3\times(-3^2)+(-5)^2$

$=-8\times9+25$

$=-72+25$

$=-47$

(3)　$(2-\sqrt{3})^2$

$=4-2\times2\sqrt{3}+3$

$=7-4\sqrt{3}$

(4)　$(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2$

$=2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}+6$

$=8+4\sqrt{3}$

［２１］次の式を因数分解しなさい。

(1)　$4x^2-9$

$=(2x-3)(2x+3)$

(2)　$9a^2-25$

$=(3a-5)(3a+5)$

(3)　x^2+6x+8

$=(x+2)(x+4)$

(4)　$2x^2+5x-12$

$=(2x-3)(x+4)$

［２２］次の方程式を解きなさい。

(1)　$x+8=4-3x$

$x+3x=4-8$

$4x=-4$

$x=-1$

(2)　$x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$

$x-1=0$ または、$x+3=0$

$x=1,\ -3$

(3)　$\begin{cases} x+2y=2 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①＋２×②より、

$$\begin{array}{rl} x+2y &= 2 \\ +)\ 4x-2y &= 18 \\ \hline 5x &= 20 \end{array}$$

$x=4$

②に代入すると、$2\times4-y=9$

$y=8-9=-1$

よって、$(x,\ y)=(4,\ -1)$

(4)　$\begin{cases} 4x+y=1 & \cdots\cdots ① \\ x=3y-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②を①に代入すると、

$4(3y-1)+y=1$

$12y-4+y=1$

$13y=5$

$y=\dfrac{5}{13}$

②に代入すると、

$x=3\times\dfrac{5}{13}-1=\dfrac{15-13}{13}=\dfrac{2}{13}$

よって、$(x,\ y)=\left(\dfrac{2}{13},\ \dfrac{5}{13}\right)$

(5)　$x^2-3x-5=0$

解の公式より、

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4\times(-5)}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{2}$

(6)　$x^2+2x-1=0$

解の公式より、

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-4\times(-1)}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{8}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$

受験番号	氏　　名	中学校名

［２３］次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$(x+3)^2=1$

$x+3=\pm 1$

$x=-3\pm 1$

$=-2,\ -4$

(2)　$x^2+4x=12$

両辺に 4 を加える、$x^2+4x+4=12+4$

$(x+2)^2=16$

$x+2=\pm 4$

$x=-2\pm 4$

$=2,\ -6$

(3) $x^2-6x+9=25$

$(x-3)^2=25$

$x-3=\pm 5$

$x=3\pm 5$

$=8,\ -2$

(4)　$x^2-8x+4=0$

$x^2-8x+16=12$

$(x-4)^2=12$

$x-4=\pm\sqrt{12}$

$x=4\pm 2\sqrt{3}$

(5) $x^2+2x-6=0$

$x^2+2x=6$

$x^2+2x+1=7$

$(x+1)^2=7$

$x+1=\pm\sqrt{7}$

$x=-1\pm\sqrt{7}$

(6)　$x^2-6x-15=0$

$x^2-6x=15$

$x^2-6x+9=24$

$(x-3)^2=24$

$x-3=\pm\sqrt{24}$

$x=3\pm 2\sqrt{6}$

(7)　$(x+3)(x-2)=x+3$

$(x+3)(x-2)-(x+3)=0$

$(x+3)(x-2-1)=0$

$(x+3)(x-3)=0$

$x=-3,\ 3$

(8)　$\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{5}{2}x-42=0$

$x^2-5x-84=0$

$(x+7)(x-12)=0$

$x=-7,\ 12$

(9)　$x^2+3x-9=0$

解の公式より、

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\times(-9)}}{2}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{45}}{2}$$

$$=\frac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2}$$

(10)　$3x^2-2x-1=0$

解の公式より、

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4-4\times 3\times(-1)}}{2\times 3}$$

$$=\frac{2\pm 4}{6}$$

$$=1,\ -\frac{1}{3}$$

（別解）

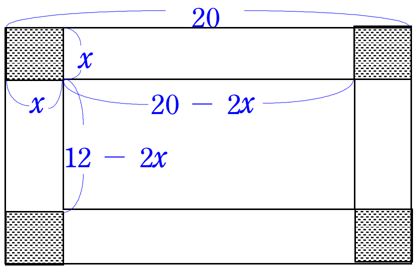
因数分解すると、

$(3x+1)(x-1)=0$

$3x+1=0,\ x-1=0$

$x=-\dfrac{1}{3},\ 1$

［２４］縦 12cm　横 20cm の長方形の四隅から１辺が x cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の箱を作る。



(1)その底面積が 200 cm² になるときの x を求めなさい。

$(20-2x)(12-2x)=200$

$(10-x)(6-x)=50$

$60-16x+x^2=50$

$x^2-16x+10=0$

$$x=\frac{16\pm\sqrt{16^2-4\times 10}}{2}=8\pm\sqrt{54}$$

ここで、$x<6$ だから、$x=8-3\sqrt{6}$

(2)そのときの、容積を求めなさい。

底面積に高さをかければよいから、

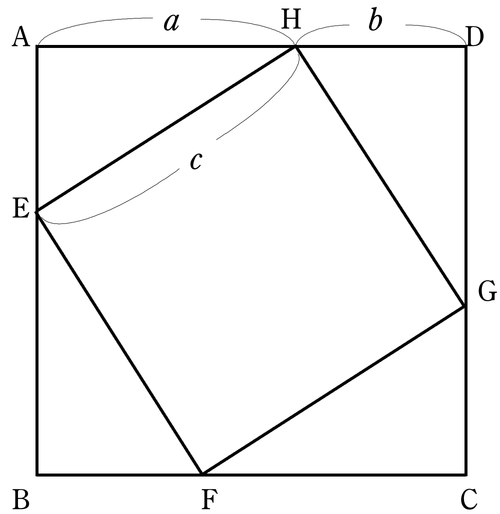
$200\times x=200\times(8-3\sqrt{6})$

$=1600-600\sqrt{6}$

答　$1600-600\sqrt{6}$ ㎤

受験番号	氏　　名	中学校名

［２５］右の図において、四角形 ABCD は正方形であり、AH ＝ BE ＝ CF ＝ DG ＝ $a$cm、　AE ＝ BF ＝ CG ＝ DH ＝ $b$cm である。



(1) 四角形 EFGH は正方形であることを証明しなさい。

△ AEH と△ BFE と△ CGF と△ DHG は、直角三角形で、直角を挟む辺はそれぞれ等しいので、合同である。
△ AEH ≡△ BFE ≡△ CGF ≡△ DHG
よって、斜辺も等しい。
　EH ＝ FE ＝ GF ＝ HG
また、∠ AEH ＋∠ FEB ＝ 90°　なので
　∠ HEF ＝ 90°　である。
同様にして、∠ EFG ＝∠ FGH ＝∠ GHE ＝ 90°　である。
よって、四角形 EFGH は、辺の長さが等しく、全ての角が直角なので、正方形である。

(2) この図を用いて、$a^2 + b^2 = c^2$ であること（三平方の定理）を証明しなさい。

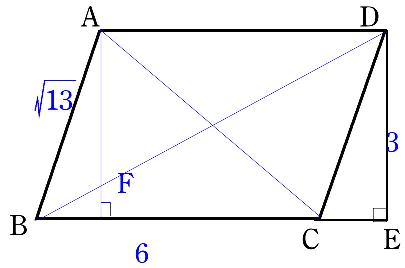
正方形 ABCD の面積は、$(a+b)^2$　である。
一方、△ AEH と△ BFE と△ CGF と△ DHG の面積は、それぞれ $\frac{1}{2} \times a \times b$　である。
正方形 EFGH の面積は、c^2 である。
　正方形 ABCD ＝△ AEH ＋△ BFE ＋△ CGF ＋△ DHG ＋正方形 EFGH だから、

$$(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + c^2$$

$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$　　　よって、$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つ。

［２６］次の問いに答えなさい。

(1) 平行四辺形 ABCD で AB ＝ $\sqrt{13}$cm、BC ＝ 6 cm、DE ＝ 3cm である。



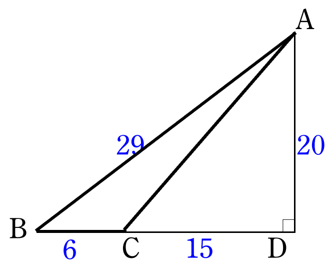
①対角線 AC の長さを求めなさい。

点 A から辺 BC に垂線をおろし、その交点を F とする。三平方の定理より、AB ＝ 13、AF ＝ 3 を使って、
　$(\sqrt{13})^2 = 3^2 + BF^2$　よって、$BF^2 = 13 - 9 = 4$
　よって、BF ＝ 2 だから、　FC ＝ BC － 2 ＝ 4
三平方の定理より、$AC^2 = AF^2 + FC^2$
　　$= 3^2 + 4^2 = 25$　∴ AC ＝ 5

②対角線 BD の長さを求めなさい。

△ BDE において、三平方の定理より、
　$BD^2 = BE^2 + DE^2$
　　$= (6+2)^2 + 3^2$
　　$= 64 + 9 = 73$　　　よって、BD ＝ $\sqrt{73}$

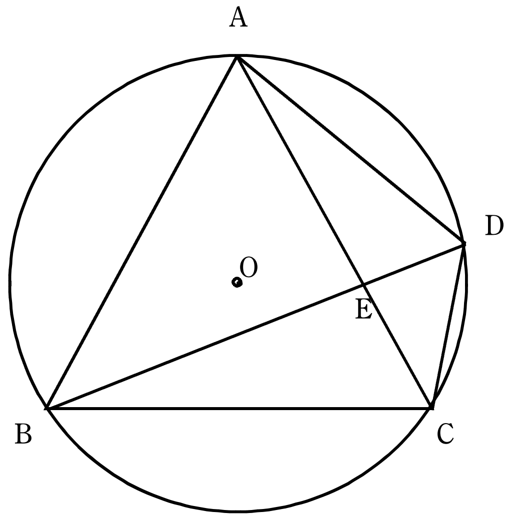
(2) AB ＝ 29 cm、AD ＝ 20 cm、BC ＝ 6 cm である。AC を求めなさい。



三平方の定理より、$AB^2 = BD^2 + AD^2$
　$BD^2 = 29^2 - 20^2$
　　$= 441 = 21^2$　よって、BD ＝ 21
　CD ＝ BD － BC ＝ 21 － 6 ＝ 15
三平方の定理より、$AC^2 = CD^2 + AD^2$
　　$= 15^2 + 20^2$
　　$= 25^2$
　よって、AC ＝ 25

受験番号	氏　　　名	中学校名

［２７］右の図のように、円 O の周上に 4 点 A、B、C、D がある。△ ABC は正三角形で CD ＝ 1cm、AD ＝ 2cm、BD ＝ 3cm である。また、線分 AC と線分 BD の交点を E とする。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) ∠ ADB の大きさを求めなさい。また、線分 DE の長さを求めなさい。

∠ ACB ＝ 60° 同じ弧に立つ円周角は等しいので、∠ ADB ＝ 60°

同様にして、∠ BDC ＝ 60°

同様にして、∠ CBD ＝∠ CAD

よって、2 角が等しいので、△ BCD ∽△ AED

AD : BD ＝ 2 : 3 であるから、

DE : CD ＝ 2 : 3

CD ＝ 1cm なので、DE ＝ $\frac{2}{3}$ cm

(2) 線分 BC の長さを求めなさい。また、△ ABC の面積を求めなさい。

BC ＝ x とおく。　(1) より、AE : BC ＝ 2 : 3

△ AED と△ BEC において、∠ EAD ＝∠ EBC、∠ ADE ＝∠ BCE なので、

△ AED ∽△ BEC　よって、AD : BC ＝ AE : BE

ここで、AD ＝ 2、BE ＝ $3-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}$　AE ＝ $\frac{2}{3}x$ だから、

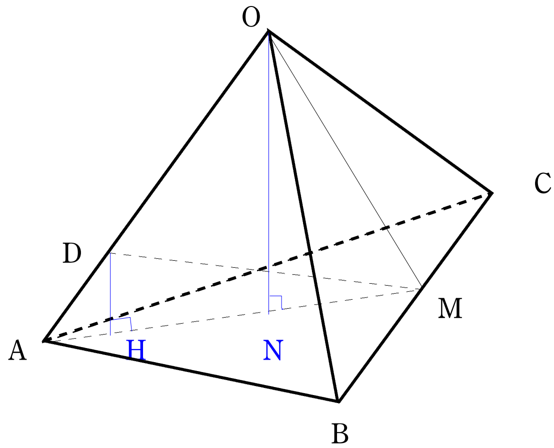
$2 : x = \frac{2}{3}x : \frac{7}{3}$　よって $6x^2 = 42$

$x^2 = 7$　∴ $x = \sqrt{7}$cm

△ ABC は正三角形なので、一辺の長さが $\sqrt{7}$ だから、

△ ABC ＝ $\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}^{\,2} = \frac{7}{2}\sqrt{3}$ ㎠

［２８］右の図のように、4 点 O、A、B、C を頂点とする 1 辺の長さが 8cm の正四面体があります。辺 BC の中点を M とし、辺 OA 上に OD ＝ MD となるように点 D をとります。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 線分 OM の長さを求めなさい。

△ OBC は一辺の長さ 8 の正三角形だから、

OM ＝ $4\sqrt{3}$ cm

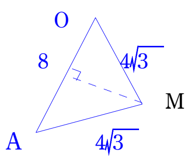
(2) △ OAM の面積を求めなさい。

OA ＝ 8、OM ＝ AM ＝ $4\sqrt{3}$ なので、

OA を底辺として、高さは、$4\sqrt{2}$

△ OAM ＝ $\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{2}$

＝ $16\sqrt{2}$ ㎠



(3) 点 D から線分 AM にひいた垂線と AM との交点を H とするとき、DH の長さを求めなさい

△ ODM は DO ＝ DM の二等辺三角形だから、∠ DOM ＝∠ DMO

△ MOA は MO ＝ MA の二等辺三角形だから、∠ MOA ＝∠ MAO

よって、∠ MOA ＝∠ MAO ＝∠ DMO なので、△ DMO ∽△ MOA である。相似比は、

OM : OA ＝ $4\sqrt{3}$: 8 だから、OD ＝ x とおくと、x : $4\sqrt{3}$ ＝ $4\sqrt{3}$: 8

$8x = 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}$　∴ $x = 6$　よって AD : AO ＝ 2 : 8 ＝ 1 : 4

O から AM に垂線をおろし交点を N とする。

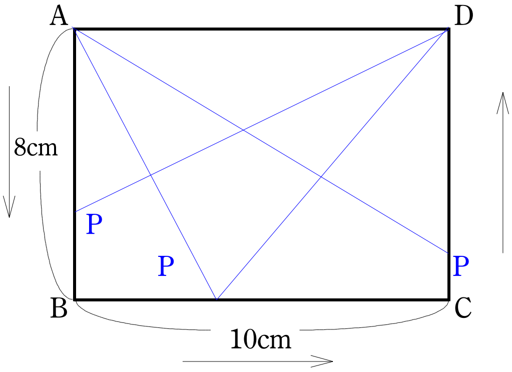
ON は△ OAM の AM を底辺とする高さなので、$\frac{1}{2}$AM × ON ＝ $16\sqrt{2}$　AM ＝ $4\sqrt{3}$ だから、

ON ＝ $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

DH ＝ $\frac{1}{4}\times\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ cm

受験番号	氏　　名	中学校名

［２９］点 P は長方形 ABCD の周上を、点 A を出発し、B、C を通り点 D まで、毎秒 2cm の早さで動く。出発して x 秒後の△ PAD の面積を y ㎠とする。次の問いに答えなさい。



(1) $x = 3$ のとき y の値を求めなさい。

2 × 3cm 進むので、点 P は辺 AB 上にある。

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (2 \times 3) = 30 \quad \text{㎠}$$

(2) $x = 6$ のとき y の値を求めなさい。

2 × 6cm 進むと、点 P は辺 BC 上にある。

△ APD の高さは 8 だから

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40 \quad \text{㎠}$$

(3) $x = 10$ のとき y の値を求めなさい。

2 × 10cm 進むと、点 P は辺 CD 上にある。

△ APD の高さは、PD ＝ 8 －(20 － 18)＝ 6

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30 \quad \text{㎠}$$

(4) $0 \leqq x \leqq 9$ のとき、y を x の式で表しなさい。

$0 \leqq x \leqq 4$ のとき、$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (2x)$

$$\therefore \quad y = 10x$$

$4 < x \leqq 9$ のとき、$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$

(5) $9 \leqq x \leqq 13$ のとき、y を x の式で表しなさい。

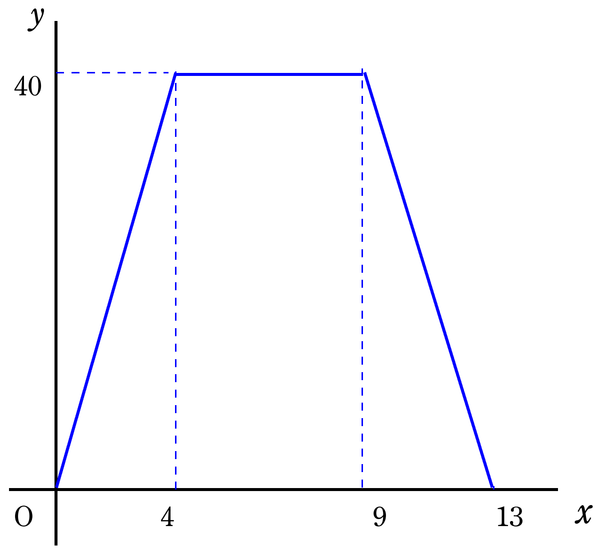
このとき、$PD = 8 - (2x - 18)$

$= 26 - 2x$

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (26 - 2x)$$

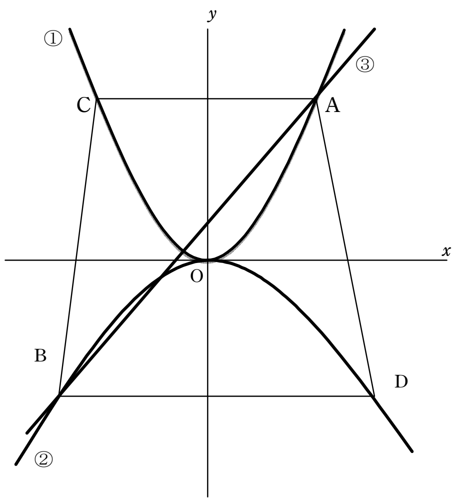
よって、 $y = 130 - 10x$

(6) $0 \leqq x \leqq 13$ のとき、y と x の関係をグラフに書きなさい。



受験番号	氏　　　名	中学校名

［３０］　右の図で、①は放物線 $y = ax^2$ 、②は放物線 $y = bx^2$ 、③は直線 $y = 2x + 1$ のグラフである。①と③の交点のうち x 座標が正である点を A、②と③の交点のうち x 座標が小さい方の点を B とする。点 C は①上の点、点 D は②上の点で、線分 CA、BD は x 軸に平行である。
次のそれぞれの場合について、問いに答えなさい。a、b の値は全問共通ではない。



(1)　点 A の x 座標が 1 のとき、点 C の座標を求めなさい。

$x = 1$ を③に代入すると、

$y = 2 \times 1 + 1$

$= 3$　　よって、A(1, 3)

これを①に代入すると、$3 = a \times 1^2$

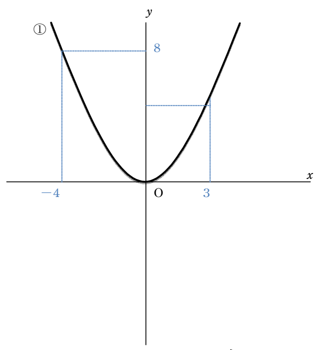
よって、　$a = 3$　　①は $y = 3x^2$

点 C の y 座標は A と同じだから、①に代入すると、

$3 = 3x^2$　よって、$x = \pm 1$

$x < 0$ だから、$x = -1$　　$\therefore$ C$(-1,\ 3)$

(2) 関数 $y = ax^2$ について、x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき、y の変域は $0 \leqq y \leqq 8$ となった。a の値を求めなさい。



関数 $y = ax^2$ は、$x = -4$ のとき最大値をとるから、そのとき、$y = 8$

よって、　$8 = a \times (-4)^2$

$16a = 8$

$a = \frac{1}{2}$

(3) 台形 ACBD の面積が $\frac{81}{2}$ cm²、△ ACB と△ ABD の面積の比が 1 ： 2 のとき、点 A の座標と b の値を求めなさい。

△ ACB : △ ABD ＝ 1 : 2 で、高さは共通だから、AC : BD ＝ 1 : 2

A$(x,\ y)$ とおくと、$y = 2x + 1$ だから、A$(x,\ 2x + 1)$ ------ ①

A は $y = ax^2$ 上にあるから、$2x + 1 = ax^2$

B$(t,\ s)$ とおくと、$s = 2t + 1$ だから、B$(t,\ 2t + 1)$

$t = -2x$ だから、B$(-2x,\ -4x + 1)$ ------ ②

B は $y = bx^2$ 上にあるから、$-4x + 1 = b(-2x)^2$

①より AC ＝ $x - (-x) = 2x$、　②より BD ＝ $4x$、

台形の高さは、$(2x + 1) - (-4x + 1) = 6x$、台形 ACBD ＝ $\frac{1}{2} \times (2x + 4x) \times 6x$

$= 18x^2$

$\overset{2}{\cancel{18}}x^2 = \frac{\overset{9}{\cancel{81}}}{2}$ だから、$4x^2 = 9$

$x > 0$ だから、　$x = \frac{3}{2}$　　①より、A$(\frac{3}{2},\ 4)$、

②より B$(-3,\ -5)$　$y = bx^2$ に代入すると、

$-5 = b(-3)^2$

$b = -\frac{5}{9}$

受験番号	氏　　　名	中学校名

［３１］1 から 6 までの目がある 2 つのさいころ A、B を同時に投げ、さいころ A の出た目の数を a、さいころ B の出た目の数を b とする。
このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $a-3$ と $b-4$ の積 $(a-3)(b-4)$ が 0 となる確率を求めなさい。

$a = 3$ かつ $b = 4$ の場合だから、

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

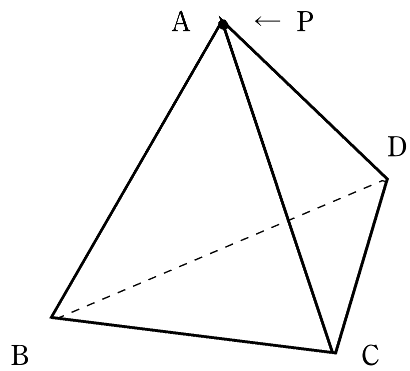
(2) $a-3$ と $b-4$ の積 $(a-3)(b-4)$ が正の数となる確率を求めなさい。

$a = 1$ の場合、$b = 1$
$b = 2$
$b = 3$
$a = 2$ の場合、$b = 1$
$b = 2$
$b = 3$
$a = 4$ の場合、$b = 5$
$b = 6$
$a = 5$ の場合、$b = 5$
$b = 6$
$a = 6$ の場合、$b = 5$
$b = 6$

全部で 12 通りある。一つの場合が起こる確率は $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

よって、$\frac{1}{\cancel{6}} \times \frac{1}{\cancel{6}_{3}} \times \cancel{12}^{2} = \frac{1}{3}$

［３２］右の図のように、1 辺 1cm の正四面体の頂点 A に点 P がある。点 P は頂点 A から動き始め、正四面体の辺上を頂点から頂点へ移動する。
3cm 動いたとき、点 P が頂点 B にある経路は何通りあるか求めなさい。
ただし、点 P は同じ辺上をくり返し通ることができるものとする。



A → B → A → B
A → B → C → B
A → B → D → B
A → C → D → B
A → C → A → B
A → D → C → B
A → D → A → B

答　7 通り

受験番号	氏　　名	中学校名