

平成30年度入学生（推薦入試合格者）のみなさんへ

## 高校数学への道 2

「合格おめでとうございます。」

名古屋経済大学市邨高等学校へようこそ。

推薦入試の合格通知と同時に渡してある「高校数学への道」でひと通り中学数学の復習ができていることと思います。答えあわせをすることで、自分が苦手としている問題や理解が不十分である問題などがわかったと思います。

今回の「高校数学への道2」は、前回よりも少し難しい内容を含んでいます。

3週間後に行われる、2回目の入学前指導までに、この課題にあるすべての問題にチャレンジしてください。「高校数学への道2」を取り組むのはもちろんですが、すでに答えあわせをした「高校数学への道」もしっかりと復習し、4月からの新年度に向けて素晴らしいスタートが切れるように努力を重ねてください。

- ・問題は全部で13題あります。
- ・基礎的な問題から応用問題まで難易度はさまざまです。
- ・この課題が目指しているのは、**みなさん自身が今の自分の数学の力を知ること、少なくともその力を入学まで維持すること、できればさらに力をつけることです。**
- ・ですから、必ずすべての問題に挑戦してください。答えが出なくても、途中まで考えたことがわかるようにしてください。
- ・自分だけの力で解いても分からない場合は、教科書や問題集などを参考にして解いてください。どうしても分からない問題については、友だちや先生に相談しても構いません。必ずすべての問題に挑戦しましょう。
- ・次の登校日まで、毎日、この課題を取り組むか、前回の課題の復習をしましょう。
- ・3月には、一般入試合格者の皆さんと一緒に「新入生テスト」を受けます。クラス分けなど入学してからの君達の学習活動に関わる大事なテストですので、一生懸命に取り組んでください。

受験番号	氏名	中学校名

1 次の計算をなさい。

$$(1) \quad -3^2 - 5 \times (-2)^2 \\ = -9 - 5 \times 4 = -9 - 20 = -29$$

$$(2) \quad 2^2 \times (-3^2) + (-5)^2 \\ = 4 \times (-9) + 25 = -36 + 25 = -11$$

$$(3) \quad (1 - \sqrt{3})^2 \\ = 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2 \\ = 1 - 2\sqrt{3} + 3 \\ = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$(4) \quad (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 \\ = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ = 2 + 2\sqrt{12} + 6 \\ = 8 + 2\sqrt{12} \\ = 8 + 4\sqrt{3}$$

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 4x^2 - 9 \\ = (2x)^2 - 3^2 \\ = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$(2) \quad 9a^2 - 25 \\ = (3a)^2 - 5^2 \\ = (3a + 5)(3a - 5)$$

$$(3) \quad x^2 + 6x + 8 \\ = (x + 2)(x + 4)$$

$$(4) \quad 2x^2 + 5x - 12$$

2次方程式  $2x^2 + 5x - 12 = 0$  を解くと

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm 11}{4} = \frac{3}{2}, -4$$

解が  $x = \frac{3}{2}, -4$  となる2次方程式なので、 $2x^2 + 5x - 12$

$$\text{を因数分解した式は、} \quad 2x^2 + 5x - 12 = 2 \left( x - \frac{3}{2} \right) \{ x - (-4) \} \\ = (2x - 3)(x + 4)$$

3 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad x + 8 = 4 - 3x \\ x + 3x = 4 - 8 \\ 4x = -4 \\ x = -1$$

$$(2) \quad x^2 + 2x - 3 = 0 \\ (x + 3)(x - 1) = 0 \\ x = -3, 1$$

$$(3) \quad \begin{cases} x + 2y = 2 & \cdots \text{①} \\ 2x - y = 9 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} + \text{②} \times 2 \quad \text{より} \\ x + 2y = 2 \\ +) \quad 4x - 2y = 18 \\ \hline 5x = 20 \\ x = 4 \end{array}$$

①に  $x = 4$  を代入

$$\begin{array}{r} 4 + 2y = 2 \\ 2y = -2 \\ y = -1 \end{array} \quad \text{よって、} (x, y) = (4, -1)$$

$$(4) \quad \begin{cases} 4x + y = 1 & \cdots \text{①} \\ x = 3y - 1 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

①に②を代入

$$\begin{array}{r} 4(3y - 1) + y = 1 \\ 12y - 4 + y = 1 \\ 13y = 5 \\ y = \frac{5}{13} \end{array}$$

②に  $y = \frac{5}{13}$  を代入

$$\begin{array}{r} x = 3 \times \frac{5}{13} - 1 \\ = \frac{15}{13} - 1 \\ = \frac{2}{13} \end{array}$$

よって、 $(x, y) = \left( \frac{2}{13}, \frac{5}{13} \right)$

$$(5) \quad x^2 - 3x - 5 = 0$$

解の公式より

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} \\ = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$(6) \quad x^2 + 2x - 1 = 0$$

解の公式より

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \\ = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

4 次の2次方程式を解きなさい。

(1)  $(x+3)^2=1$

$$\begin{aligned} x+3 &= \pm 1 \\ x &= -3 \pm 1 \\ &= -3+1, -3-1 \\ &= -2, -4 \end{aligned}$$

[別解]

$$\begin{aligned} x^2+6x+9 &= 1 \\ x^2+6x+8 &= 0 \\ (x+2)(x+4) &= 0 \\ x &= -2, -4 \end{aligned}$$

(2)  $x^2+4x=12$

$$\begin{aligned} x^2+4x+4 &= 12+4 \\ (x+2)^2 &= 16 \\ x+2 &= \pm 4 \\ x &= -2 \pm 4 \\ &= 2, -6 \end{aligned}$$

[別解]

$$\begin{aligned} x^2+4x-12 &= 0 \\ (x-2)(x+6) &= 0 \\ x &= 2, -6 \end{aligned}$$

(3)  $x^2-6x+9=25$

$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= 25 \\ x-3 &= \pm 5 \\ &= 3 \pm 5 \\ &= 8, -2 \end{aligned}$$

[別解]

$$\begin{aligned} x^2-6x-16 &= 0 \\ (x-8)(x+2) &= 0 \\ x &= 8, -2 \end{aligned}$$

(4)  $x^2-8x+4=0$

$$\begin{aligned} x^2-8x &= -4 \\ x^2-8x+16 &= -4+16 \\ (x-4)^2 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-4 &= \pm\sqrt{12} \\ x-4 &= \pm 2\sqrt{3} \\ x &= 4 \pm 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

[別解]

解の公式を用いて,

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

(5)  $(x+3)(x-2)=x+3$

$$\begin{aligned} x^2+x-6 &= x+3 \\ x^2-9 &= 0 \\ (x+3)(x-3) &= 0 \\ x &= -3, 3 \end{aligned}$$

[別解]

$$\begin{aligned} (x+3)(x-2) - (x+3) &= 0 \\ (x+3)\{(x-2)-1\} &= 0 \\ (x+3)(x-3) &= 0 \\ x &= -3, 3 \end{aligned}$$

(6)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 42 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 84 &= 0 \\ (x+7)(x-12) &= 0 \\ x &= -7, 12 \end{aligned}$$

(7)  $x^2+3x-9=0$

解の公式を用いて,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+36}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

(8)  $3x^2-2x-1=0$

解の公式を用いて,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} \\ &= \frac{2 \pm 4}{6} = \frac{2+4}{6}, \frac{2-4}{6} = 1, -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

5 縦12 cm, 横20 cm の長方形の四隅から1辺が  $x$  cm の正方形を切り取り, ふたのない直方体の箱を作る。

(1) 直方体の底面積が  $200 \text{ cm}^2$  になるときの  $x$  の値を求めなさい。

$x > 0$  かつ  $12 - 2x > 0$  かつ  $20 - 2x > 0$  であるから,

$x$  の範囲は,  $0 < x < 6$  ... ①

底面積が  $200 \text{ cm}^2$  なので,

$$\begin{aligned} (20-2x)(12-2x) &= 200 \\ 4x^2 - 64x + 240 &= 200 \\ 4x^2 - 64x + 40 &= 0 \\ x^2 - 16x + 10 &= 0 \end{aligned}$$

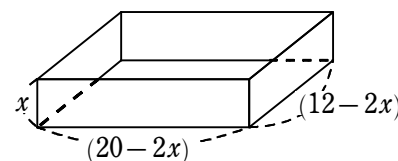
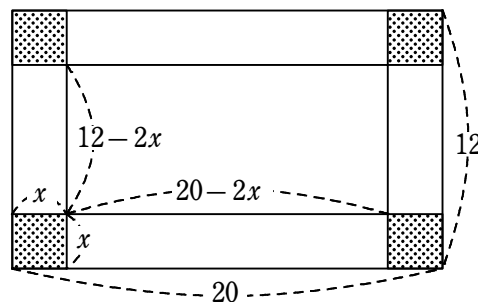
$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1} \\ &= \frac{16 \pm 6\sqrt{6}}{2} \\ &= 8 \pm 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

①より,  $x = 8 - 3\sqrt{6}$  (cm)

(2) そのときの容積を求めなさい。

(1)より  $x = 8 - 3\sqrt{6}$  のとき, 直方体の底面積が  $200 \text{ cm}^2$  で高さは  $(8 - 3\sqrt{6}) \text{ cm}$  であるから, 直方体の容積は

$$200 \times (8 - 3\sqrt{6}) = 1600 - 600\sqrt{6} \text{ (cm}^3\text{)}$$



- 6 右の図において、四角形 ABCD は正方形であり、

$$AH = BE = CF = DG = a \text{ cm}$$

$$AE = BF = CG = DH = b \text{ cm}$$

である。

- (1) 四角形 EFGH は正方形であることを証明しなさい。

$\triangle AEH$  と  $\triangle BFE$  と  $\triangle CGF$  と  $\triangle DHG$  は、直角三角形で、  
直角をはさむ辺はそれぞれ等しいので、合同である。

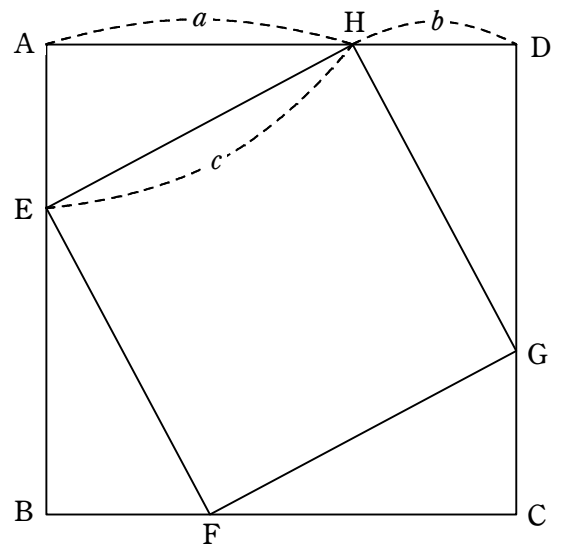
すなわち、 $\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$

よって、対応する辺は等しいから、 $EH = FE = GF = HG$

また、 $\angle AEH + \angle FEB = 90^\circ$  なので、 $\angle HEF = 90^\circ$

同様に、 $\angle EFH = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$  である。

したがって、四角形 EFGH は、すべての辺の長さが等しく、  
すべての角の大きさが直角で等しいので、正方形である。



- (2) この図を用いて、 $a^2 + b^2 = c^2$  であることを (三平方の定理) を証明しなさい。  
正方形 ABCD は、一辺の長さが  $(a+b)$  cm であるから、面積は  $(a+b)^2$  である。

また、正方形 EFGH は、一辺の長さが  $c$  cm であるから、面積は  $c^2$  である。

一方、 $\triangle AEH$  と  $\triangle BFE$  と  $\triangle CGF$  と  $\triangle DHG$  の面積は、それぞれ  $\frac{1}{2}ab$  である。

正方形 ABCD =  $\triangle AEH + \triangle BFE + \triangle CGF + \triangle DHG +$  正方形 EFGH だから、

$$(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

よって、 $a^2 + b^2 = c^2$

- 7 次の問いに答えなさい。

- (1) 平行四辺形 ABCD で  $AB = \sqrt{13}$  cm,  $BC = 6$  cm,  $DE = 3$  cm である。

- ① 対角線 AC の長さを求めなさい。

点 A から辺 BC に垂線をおろし、その交点を F とする。  $AB = \sqrt{13}$  ,

$AF = 3$  なので、 $\triangle ABF$  で三平方の定理を用いると、 $3^2 + BF^2 = \sqrt{13}^2$

これを解くと  $BF = 2$  であるから、 $FC = BC - BF = 6 - 2 = 4$

$\triangle ACF$  で三平方の定理より、 $AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$  よって、 $AC = 5$  (cm)

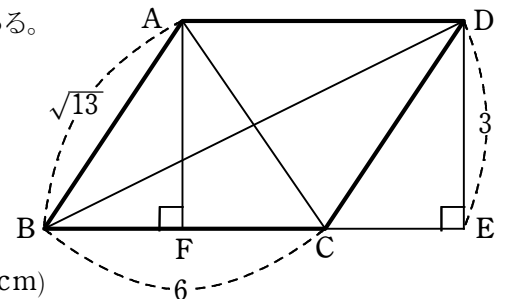
- ② 対角線 BD の長さを求めなさい。

$\triangle DCE$  と  $\triangle ABF$  は合同であるから、 $CE = BF = 2$  である。  $BE = 6 + 2 = 8$  なので、

$\triangle BDE$  で三平方の定理を用いると、

$$BD^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$$

$BD > 0$  であるから、 $BD = \sqrt{73}$  (cm)



- (2)  $AB = 29$  cm,  $AD = 20$  cm,  $BC = 6$  cm である。AC の長さを求めなさい。

$\triangle ABD$  で三平方の定理を用いると、 $BD^2 + 20^2 = 29^2$

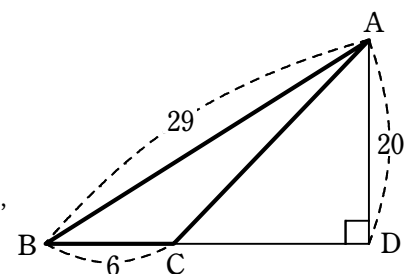
$$BD^2 = 841 - 400 = 441$$

$BD > 0$  であるから、 $BD = 21$  (cm)

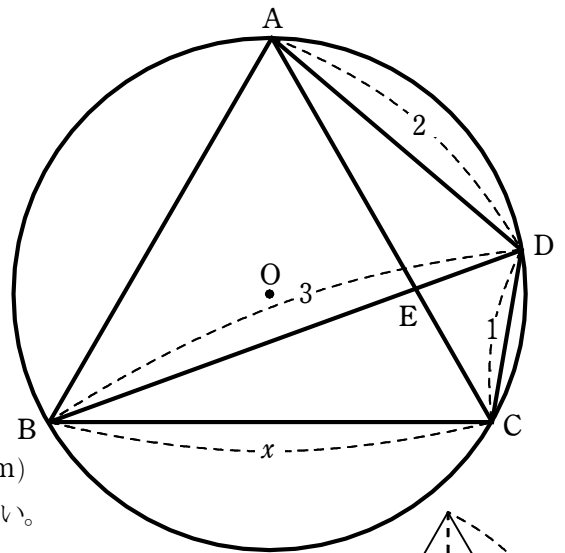
$CD = BD - BC = 21 - 6 = 15$  であるから、 $\triangle ACD$  で三平方の定理を用いると、

$$AC^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$AC > 0$  であるから、 $AC = 25$  (cm)



- 8 右の図のように、円Oの周上に4点A, B, C, Dがある。△ABCは正三角形でCD=1cm, AD=2cm, BD=3cmである。また、線分ACと線分BDの交点をEとする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $\angle ADB$ の大きさを求めなさい。また、線分DEの長さを求めなさい。  
 同じ弧に対する円周角は等しいので、 $\angle ADB = \angle ACB = 60^\circ$   
 同様にして、 $\angle BDC = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = \angle CAD$   
 したがって、2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle BCD \sim \triangle AED$   
 $BD : AD = 3 : 2$ なので、 $\triangle BCD$ と $\triangle AED$ の相似比は3:2  
 したがって、 $DC : DE = 3 : 2$   
 $DC = 1$  cm であるから、 $1 : DE = 3 : 2$  よって、 $DE = \frac{2}{3}$  (cm)

- (2) 線分BCの長さを求めなさい。また、△ABCの面積を求めなさい。  
 $\triangle BCD$ と $\triangle AED$ の相似比は3:2なので、 $BC = x$

とすると、AEをxで表すと、 $AE = \frac{2}{3}x$ である。

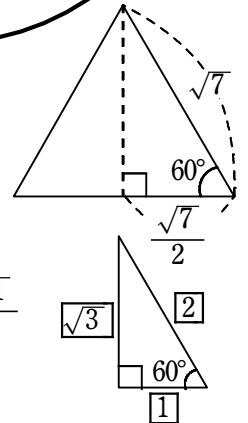
- (1)より、 $DE = \frac{2}{3}$ なので、 $BE = BD - DE = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$   
 また、△AEDと△BECにおいて、同じ弧に対する円周角は等しいので、 $\angle EAD = \angle EBC$ ,  $\angle ADE = \angle BCE$ であるから、2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle AED \sim \triangle BEC$   
 よって、 $AD : BC = AE : BE$   
 $2 : x = \frac{2}{3}x : \frac{7}{3}$

これを解くと、 $x = \sqrt{7}$

△ABCは一辺の長さが $\sqrt{7}$ の正三角形なので、  
 高さは、 $\frac{\sqrt{21}}{2}$ である。

したがって、△ABCの面積は、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{7}{4}\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

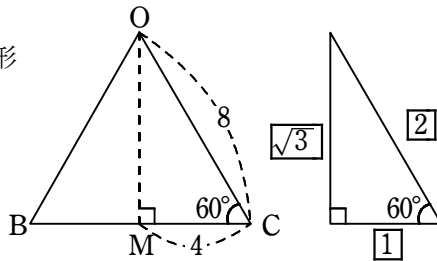


- 9 右の図のように、4点O, A, B, Cを頂点とする1辺の長さがすべて8cmの正四面体がある。辺BCの中点をMとし、辺OA上にOD=MDとなるように点Dをとるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 線分OMの長さを求めなさい。

△OBCは一辺の長さが8の正三角形なので、△OBCの高さOMは、

$$OM = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



- (2) △OAMの面積を求めなさい。

△OAMにおいて、OAを底辺にしたときの高さをxとすると、三平方の定理より、 $x^2 + 4^2 = (4\sqrt{3})^2$  これを解くと、 $x = 4\sqrt{2}$   
 よって、△OAMの面積は

$$\triangle OAM = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- (3) 点Dから線分AMにひいた垂線とAMの交点をHとするとき、DHの長さを求めなさい。

△MAOはMA=MOの二等辺三角形だから、 $\angle MAO = \angle MOA$ である。  
 △DOMはDO=DMの二等辺三角形だから、 $\angle DOM = \angle DMO$ である。  
 以上のことから、△MAOと△DOMにおいて、 $\angle MAO = \angle DOM$ ,  $\angle MOA = \angle DMO$ となるので、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle MAO \sim \triangle DOM$

また、相似な図形の対応する辺の比は等しいので、  
 $OM : MD = AO : OM$

$$4\sqrt{3} : MD = 8 : 4\sqrt{3}$$

$$8MD = 48$$

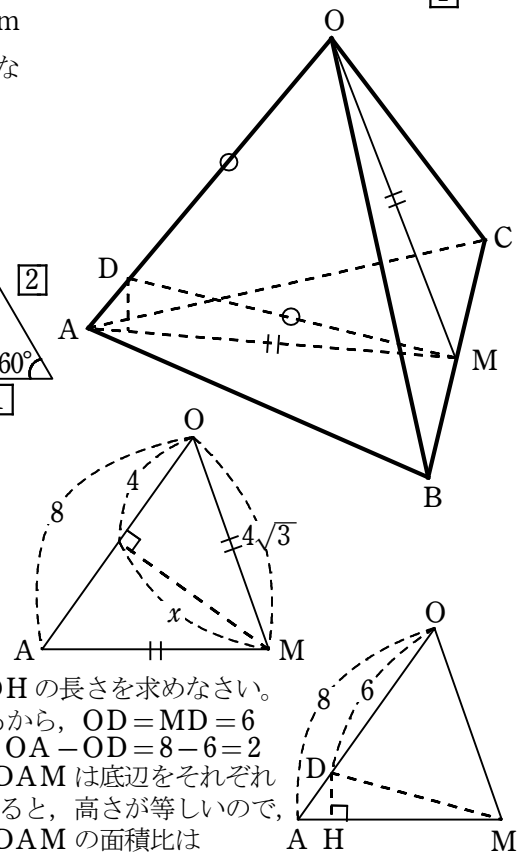
$$MD = 6$$

→ MD=6であるから、OD=MD=6  
 よって、DA=OA-OD=8-6=2  
 △OAMと△DAMは底辺をそれぞれOA, DAとすると、高さが等しいので、  
 △OAMと△DAMの面積比は  
 $\triangle OAM : \triangle DAM = OA : DA = 8 : 2 = 4 : 1$

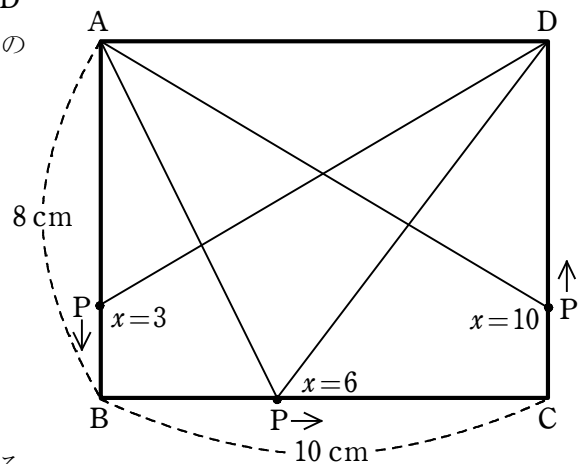
よって、 $\triangle DAM = \frac{1}{4} \triangle OAM = \frac{1}{4} \times 16\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

△DAMにおいて、底辺をAMとすると、高さはDHであるから、  
 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times DH = 4\sqrt{2}$

$$DH = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ (cm)}$$



- 10 点Pは長方形ABCDの周上を、点Aを出発し、B、Cを通り点Dまで毎秒2cmの速さで動く。点Aを出発してx秒後の△PADの面積を $y\text{ cm}^2$ とする。次の問いに答えなさい。



- (1)  $x=3$  のとき  $y$  の値を求めなさい。

$x=3$  のとき、点Pは辺AB上にあり、  
 $AP=6\text{ cm}$  であるから、

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$$

- (2)  $x=6$  のとき  $y$  の値を求めなさい。

$x=6$  のとき、点Pは12cm動くので、点Pは辺BC上にある。

点Pが辺BC上にあるとき、△PADは底辺をADとすると高さはつねに8cmであるから、

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

- (3)  $x=10$  のとき  $y$  の値を求めなさい。

$x=10$  のとき、点Pは20cm動くので、点Pは辺CD上にある。

このとき、 $CP=2\text{ cm}$  であるから  $DP=6\text{ cm}$  である。したがって、

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$$

- (4)  $4 \leq x \leq 9$  のとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

$x=4$  のとき点Pは点Bの位置にあり、 $x=9$  のとき点Pは点Cの位置にあるので、 $4 \leq x \leq 9$  のとき、点Pは辺BC上にある。点Pが辺BC上にあるとき、△PADは底辺をADとすると高さはつねに8cmであるから、 $x$ の値に関係なく面積はつねに一定で、

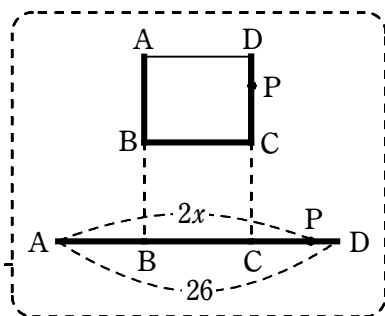
$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

- (5)  $9 \leq x \leq 13$  のとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

$x=9$  のとき点Pは点Cの位置にあり、 $x=13$  のとき点Pは点Dの位置にあるので、 $9 \leq x \leq 13$  のとき、点Pは辺CD上にある。△PADは底辺をADとすると高さはPDである。PD =  $26 - 2x$  なので、

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (26 - 2x)$$

$$y = -10x + 130$$

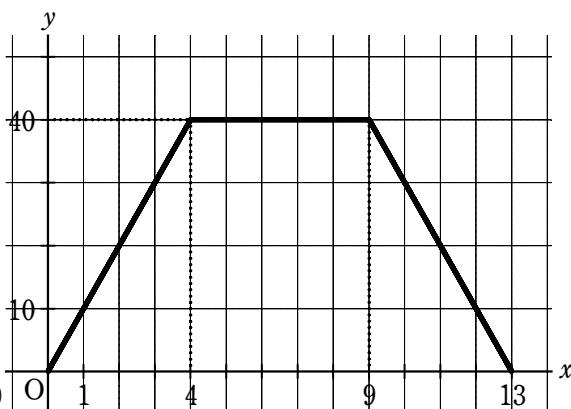


- (6)  $0 \leq x \leq 13$  のとき、 $y$  と  $x$  の関係をグラフに書きなさい。

点Pが辺AB上にあるときを考える。 $x=0$  のとき点Pは点Aの位置にあり、 $x=4$  のとき点Pは点Bの位置にあるので、 $0 \leq x \leq 4$  のとき点Pは辺AB上にある。点Pが辺AB上にあるとき、△PADは底辺をADとすると高さはAPである。AP =  $2x$  なので、 $y = \frac{1}{2} \times 10 \times 2x = 10x$

よって、(4)と(5)と合わせて、  

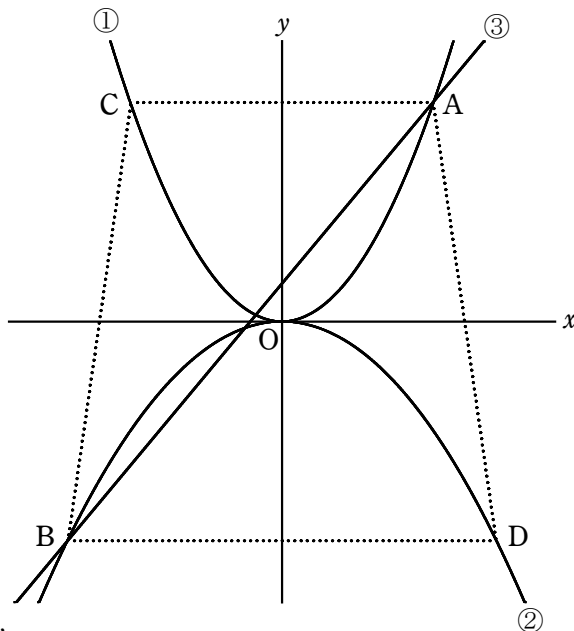
$$\begin{cases} y = 10x & (0 \leq x \leq 4) \\ y = 40 & (4 \leq x \leq 9) \\ y = -10x + 130 & (9 \leq x \leq 13) \end{cases}$$



11 右の図は、

$$\begin{cases} y = ax^2 \cdots \textcircled{1} \\ y = bx^2 \cdots \textcircled{2} \\ y = 2x + 1 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

のグラフである。①と③の交点のうち  $x$  座標が正である点を  $A$ 、②と③の交点のうち  $x$  座標が小さい方の点を  $B$  とする。点  $C$  は①上の点、点  $D$  は②上の点で、線分  $CA$ 、 $BD$  は  $x$  軸に平行である。次のそれぞれの場合について、問いに答えなさい。ただし、 $a, b$  の値は全問共通ではない。



(1) 点  $A$  の  $x$  座標が 1 のとき、点  $C$  の座標を求めなさい。

点  $A$  は③のグラフ上の点なので、 $x=1$  のとき、 $y$  座標は

$$y = 2 \times 1 + 1 = 3$$

よって、点  $A$  の座標は  $(1, 3)$  である。①は点  $A$  を通るので、

$$3 = a \times 1^2$$

$$a = 3$$

したがって、①の式は  $y = 3x^2$  である。点  $C$  の  $y$  座標は点  $A$

と同じなので、点  $C$  の  $y$  座標は  $y = 3$

$$3 = 3x^2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

→ 点  $C$  の  $x$  座標は  $x < 0$  であるから、 $x = -1$

よって、点  $C$  の座標は  $(-1, 3)$

(2) 関数  $y = ax^2$  について、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 8$  となった。  $a$  の値を求めなさい。

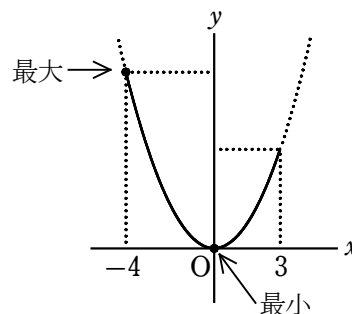
関数  $y = ax^2$  は、 $-4 \leq x \leq 3$  のとき  $x = -4$  で最大値をとるので、

$x = -4$  のとき  $y = 8$  になる。

よって、 $8 = a \times (-4)^2$

$$16a = 8$$

$$a = \frac{1}{2}$$



(3) 台形  $ACBD$  の面積が  $\frac{81}{2} \text{ cm}^2$ 、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ABD$  の面積の比が  $1:2$  のとき、点  $A$  の座標と  $b$  の値を求めなさい。

$\triangle ABC$  と  $\triangle ABD$  は、底辺をそれぞれ  $AC$ 、 $BD$  とすると、高さは同じで、 $\triangle ABC : \triangle ABD = 1 : 2$  であるから、 $AC : BD = 1 : 2$  点  $A$  の  $x$  座標を  $t$  とおくと、 $AC : BD = 1 : 2$  であるから、点  $B$  の  $x$  座標は  $-2t$  と表せる。

点  $A$  は③のグラフ上の点であるから、 $y$  座標は  $y = 2t + 1$  なので、

$A(t, 2t + 1) \cdots [1]$

点  $B$  は③のグラフ上の点であるから、 $y$  座標は  $y = -4t + 1$  なので、

$B(-2t, -4t + 1) \cdots [2]$

台形  $ACBD$  の高さは、 $(2t + 1) - (-4t + 1) = 6t$

よって、台形  $ACBD$  の面積は  $t$  を用いて表すと、

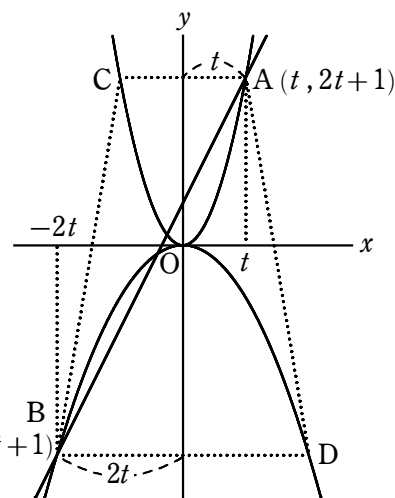
$$\text{台形 } ACBD = \frac{1}{2} \times (2t + 4t) \times 6t = 18t^2$$

台形  $ACBD$  の面積は  $\frac{81}{2}$  なので、 $18t^2 = \frac{81}{2}$

$$t^2 = \frac{9}{4} \quad t > 0 \text{ であるから、} t = \frac{3}{2}$$

[1]、[2]より、 $A, B$  の座標はそれぞれ  $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ 、 $B(-3, -5)$

②は  $B(-3, -5)$  を通るので、 $-5 = b \times (-3)^2$  したがって、 $b = -\frac{5}{9}$



答え.  $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ 、 $b = -\frac{5}{9}$

12 1から6までの目がある2つのさいころA, Bを同時に投げ、さいころAの出た目の数を $a$ 、さいころBの出た目の数を $b$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)  $a-3$ と $b-4$ の積 $(a-3)(b-4)$ が0となる確率を求めなさい。

さいころA, Bの目の組み合わせは、 $6 \times 6 = 36$ (通り)  
 $(a-3)(b-4)$ が0になるのは、 $(a-3)$ か $(b-4)$ のどちらかが0であればいい  
 $a=3$ のとき  $(a, b) = (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)$  の6通り  
 $b=4$ のとき  $(a, b) = (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (5, 4), (6, 4)$  の6通り  
 この中で、 $(a, b) = (3, 4)$ は重複しているの、条件を満たすのは全部で11通り  
 したがって、求める確率は $\frac{11}{36}$

(2)  $a-3$ と $b-4$ の積 $(a-3)(b-4)$ が正の数となる確率を求めなさい。

条件を満たすのは

$a=1$ のとき  $(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3)$

$a=2$ のとき  $(a, b) = (2, 1), (2, 2), (2, 3)$

$a=4$ のとき  $(a, b) = (4, 5), (4, 6)$

$a=5$ のとき  $(a, b) = (5, 5), (5, 6)$

$a=6$ のとき  $(a, b) = (6, 5), (6, 6)$  の全部で12通り

したがって、求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

13 右の図のように、1辺の長さがすべて1cmの正四面体の頂点Aに点Pがある。

点Pは頂点Aから動き始め、正四面体の辺上を頂点から頂点へ移動する。

3cm動いたとき、点Pが頂点Bにある経路は何通りあるか求めなさい。

ただし、点Pは同じ辺上をくり返し通ることができるものとする。

A → B → A → B

A → B → C → B

A → B → D → B

A → C → A → B

A → C → D → B

A → D → A → B

A → D → C → B 以上、7通り

