

1 次の計算をしなさい。

$$(1) -2^2 + 3 \times (-4)^2 \\ = -4 + 3 \times 16 = -4 + 48 = 44$$

$$(2) 3^2 \times (-4) - (-3)^2 \\ = 9 \times (-4) - 9 = -36 - 9 = -45$$

$$(3) (1 + 2\sqrt{3})^2 \\ = 1^2 + 2 \times 1 \times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 \\ = 1 + 4\sqrt{3} + 12 \\ = 13 + 4\sqrt{3}$$

$$(4) (2 - \sqrt{6})^2 \\ = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ = 4 - 4\sqrt{6} + 6 \\ = 10 - 4\sqrt{6}$$

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) x^2 - 9 \\ = x^2 - 3^2 \\ = (x+3)(x-3)$$

$$(3) x^2 + 6x + 9 \\ = (x+3)^2$$

$$(5) x^2 + 5x + 4 \\ = (x+1)(x+4)$$

$$(2) 9a^2 - 16 \\ = (3a)^2 - 4^2 \\ = (3a+4)(3a-4)$$

$$(4) x^2 - 8x + 16 \\ = (x-4)^2$$

$$(6) 2x^2 - x - 3$$

【別解】
 因数分解した式は、 $(2x+a)(x+b)$ の形になると推測できるので、
 $(2x+a)(x+b)$
 $= 2x^2 + (a+2b)x + ab$
 係数を比較すると、 $\begin{cases} a+2b = -1 \\ ab = -3 \end{cases}$
 $(a, b) = (1, -3), (-1, 3)$
 この2組のうち $a+2b = -1$ を満たすのは、 $(a, b) = (-1, 3)$ したがって、
 $2x^2 - x - 3 = (2x-3)(x+1)$

2次方程式 $2x^2 - x - 3 = 0$ を解くと
 $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm 5}{4} = \frac{3}{2}, -1$
 解が $x = \frac{3}{2}, -1$ となる2次方程式なので、 $2x^2 - x - 3$ を
 因数分解した式は、 $2x^2 - x - 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\{x - (-1)\}$
 $= (2x-3)(x+1)$

3 次の方程式を解きなさい。

$$(1) 8 - 5x = -7 \\ -5x = -7 - 8 \\ -5x = -15 \\ x = 3$$

$$(2) -4x + 2 = 3x + 9 \\ -4x - 3x = 9 - 2 \\ -7x = 7 \\ x = -1$$

$$(3) \begin{cases} x + 3y = 7 \quad \dots \text{①} \\ 3x - 6y = 1 \quad \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 + \text{②} \text{ より} \\ 2x + 6y = 14 \\ +) 3x - 6y = 1 \\ \hline 5x = 15 \\ x = 3 \end{array}$$

①に $x=3$ を代入 3 + 3y = 7
 $3y = 4$
 $y = \frac{4}{3}$
 よって、 $(x, y) = \left(3, \frac{4}{3}\right)$

$$(4) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \quad \dots \text{①} \\ x = 4y - 2 \quad \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①に②を代入} \\ 3(4y-2) - 2y = 4 \\ 12y - 6 - 2y = 4 \\ 10y = 10 \\ y = 1 \end{array}$$

②に $y=1$ を代入 $x = 4 \times 1 - 2$
 $= 2$
 よって、 $(x, y) = (2, 1)$

4 次の問いに答えなさい。

(1) 一冊 100 円のノートと 80 円のノートを、合わせて 30 冊買い、2660 円支払った。

次の問いに答えなさい。

① 100 円のノートと 80 円のノートを買った冊数をそれぞれ x 冊、 y 冊として、連立方程式を作りなさい。

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 100x + 80y = 2660 \end{cases}$$

② 100 円のノートと 80 円のノートをそれぞれ何冊買ったか求めなさい。

$$\begin{cases} x + y = 30 & \dots \text{①} \\ 100x + 80y = 2660 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 100$ - ② より

$$\begin{array}{r} 100x + 100y = 3000 \\ -) 100x + 80y = 2660 \\ \hline 20y = 340 \\ y = 17 \end{array}$$

これを①に代入

$$\begin{array}{r} x + 17 = 30 \\ x = 13 \end{array}$$

したがって、

100 円のノートは 13 冊、80 円のノートは 17 冊買った

(2) ある高校の昨年の入学生徒数は、男女合わせて 300 人だった。今年は、男子が昨年度の生徒数に比べて 15% 増加し、女子が昨年度の生徒数に比べて 5% 減少したので、合わせて 29 人増加した。次の問いに答えなさい。

① 昨年の入学生のうち男子の人数を x 人、女子の人数を y 人として、連立方程式を作りなさい。

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 1.15x + 0.95y = 329 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x + y = 300 \\ 0.15x - 0.05y = 29 \end{cases}$$

② 昨年の入学生の男子の人数と女子の人数を求めなさい。

$$\begin{cases} x + y = 300 & \dots \text{①} \\ 1.15x + 0.95y = 329 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 115$ - ② $\times 100$ より

$$\begin{array}{r} 115x + 115y = 34500 \\ -) 115x + 95y = 32900 \\ \hline 20y = 1600 \\ y = 80 \end{array}$$

これを①に代入

$$\begin{array}{r} x + 80 = 300 \\ x = 220 \end{array}$$

したがって、

昨年度の入学生の男子は 220 人、女子は 80 人

(3) A 町から B 町まで 30 km の道のりを、自転車に乗って出かけたが、途中でパンクしたので降りて押して行ったため、5 時間かかった。自転車の速度は 12 km/h、自転車を降りて自転車を押して歩く速度は 3 km/h である。パンクしたのは、出発して何 km の地点か求めなさい。

出発して x km の地点でパンクしたとすると、

自転車を押して歩いた距離は $(30 - x)$ km

したがって、

$$\begin{array}{r} \frac{x}{12} + \frac{30-x}{3} = 5 \\ x + 4(30-x) = 60 \\ -3x = -60 \\ x = 20 \end{array}$$

したがって、パンクしたのは出発して 20 km の地点

[別解] A 町からパンクした地点までを x km、

パンクした地点から B 町までを y km とすると、

$$\begin{cases} x + y = 30 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{3} = 5 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 4$ - ② $\times 12$ より

$$\begin{array}{r} 4x + 4y = 120 \\ -) x + 4y = 60 \\ \hline 3x = 60 \\ x = 20 \end{array}$$

したがって、パンクしたのは出発して 20 km の地点

5 次の問いに答えなさい。

- (1) 図のように、円 O の円周上に3つの点 A, B, C がある。 $\angle BAC = 70^\circ$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

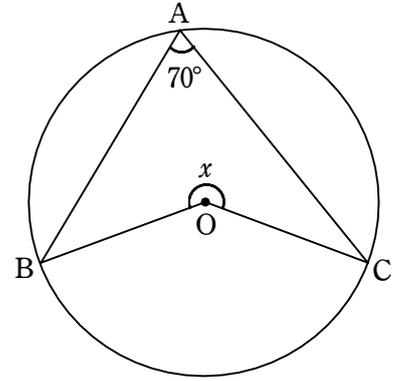
円周角と中心角の関係から

$$\angle BOC = 70^\circ \times 2 = 140^\circ$$

また、 $\angle BOC + \angle x = 360^\circ$

$$140^\circ + \angle x = 360^\circ$$

$$\angle x = 220^\circ$$



- (2) 図のように、円 O の円周上に3つの点 A, B, C がある。 $\angle ABO = 50^\circ$, $\angle BOC = 70^\circ$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

半径は等しいので、 $OA = OB = OC$

$\triangle OAB$ は $OA = OB$ の二等辺三角形なので、

$$\angle OAB = \angle OBA = 50^\circ$$

$\triangle OAC$ は $OA = OC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle OAC = \angle x$$

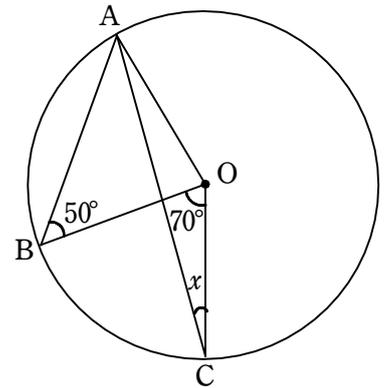
円周角と中心角の関係から

$$\angle BAC = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$$

$\angle BAC + \angle OAC = \angle OAB$ なので、

$$35^\circ + \angle x = 50^\circ$$

$$\angle x = 15^\circ$$



- (3) 図のように、円 O の円周上に3つの点 A, B, C がある。 $\angle AOC = 100^\circ$, $AB = BC$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

A と C を結ぶと、 $\triangle OAC$ は頂角が 100° の二等辺三角形だから、

$$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$$

円周角の定理から、 $\angle ABC = 50^\circ$ で $AB = BC$ から、 $\triangle ABC$ は頂角が 50° の二等辺三角形だから、

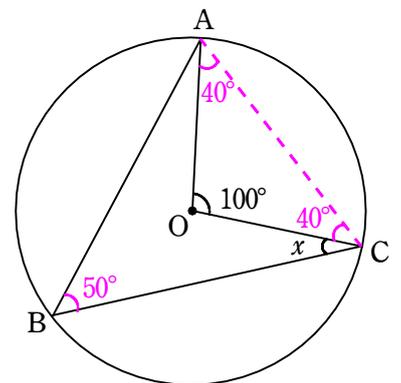
$$\angle BAC = \angle BCA = 65^\circ$$

したがって、

$$\angle OCB + \angle OCA = \angle BCA$$

$$\angle x + 40^\circ = 65^\circ$$

$$\angle x = 25^\circ$$



6 次の問いに答えなさい。

(1) グラフが次のような一次関数の式を求めなさい。

① 傾きが4で、切片が-2の直線

$$y = 4x - 2$$

② 2点(-6, 1), (2, -3)を通る直線

求める一次関数を $y = ax + b$ とする。

点(-6, 1)を通るから, $1 = -6a + b \dots ①$

点(2, -3)を通るから, $-3 = 2a + b \dots ②$

① - ② より

$$\begin{array}{r} 1 = -6a + b \\ -) -3 = 2a + b \\ \hline 4 = -8a \\ a = -\frac{1}{2} \end{array}$$

②に $a = -\frac{1}{2}$ を代入

$$-3 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b$$

$$-3 = -1 + b$$

$$b = -2$$

したがって、一次関数の式は

$$y = -\frac{1}{2}x - 2$$

③ 傾きが-2で、点(3, -1)を通る直線

傾きが-2であるから、求める一次関数を $y = -2x + b$ とおける。

この直線が点(3, -1)を通るから、

$$-1 = -2 \times 3 + b$$

$$-1 = -6 + b$$

$$b = 5$$

したがって、一次関数の式は $y = -2x + 5$

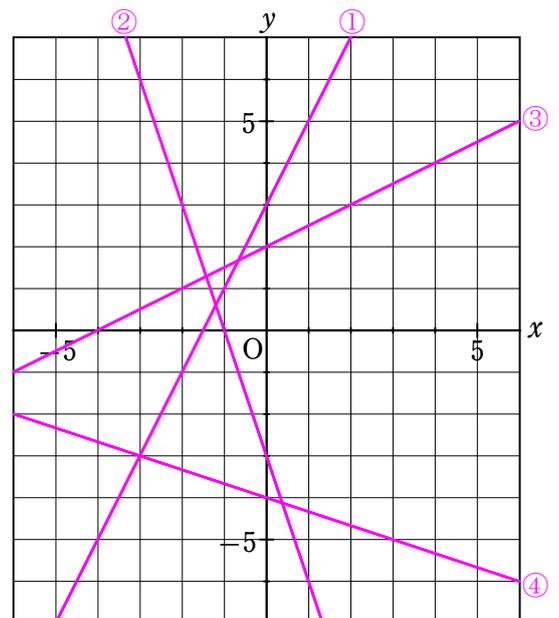
(2) 次の一次関数のグラフを書きなさい。

① $y = 2x + 3$

② $y = -3x - 3$

③ $y = \frac{1}{2}x + 2$

④ $y = -\frac{1}{3}x - 4$



- 7 深さ 25 cm の円柱状の容器に、水が底から 5 cm の高さまではいっている。この容器に満水になるまで一定の割合で水を入れたとき、入れ始めてから 3 分後の水面の高さは 11 cm だった。次の問いに答えなさい。

(1) 水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cm とする。 y を x の式で表しなさい。

最初、水面の高さが 5 cm だったのが、水を入れ始めてから 3 分後に 11 cm になったので、水面が 3 分間で 6 cm 高くなった。このことから、1 分間で 2 cm 高くなり、最初の水面の高さが 5 cm であるから、

$$y = 2x + 5$$

(2) 満水になるのは、水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

満水になるのは、水面の高さが 25 cm になるときのなので、(1) の式に $y = 25$ を代入すると、

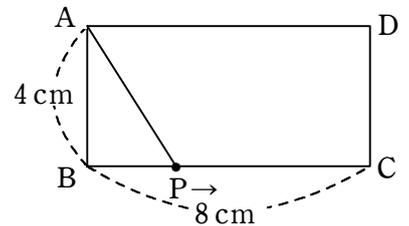
$$25 = 2x + 5$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

したがって、満水になるのは、水を入れ始めてから 10 分後

- 8 右の図のように、 $AB = 4$ cm, $BC = 8$ cm の長方形 ABCD がある。点 P は B を出発して、毎秒 2 cm の速さで、周上を C, D を通って、A まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を y cm² とする。次の問いに答えなさい。



(1) 点 P が B を出発してから 3 秒後の y の値を求めなさい。

点 P は B を出発して、毎秒 2 cm の速さで動くので、出発してから 3 秒後は $BP = 6$ cm であるから、 $\triangle ABP$ の面積 y は

$$y = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

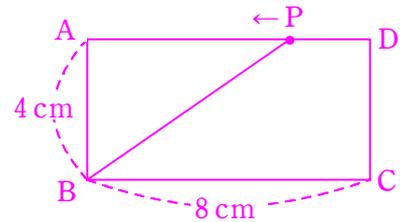
(2) 点 P が辺 DA 上を動くとき、 x の値の範囲を求めなさい。また、そのときの y を x の式で表しなさい。

点 P が B から D まで (B → C → D) 動くとき、動く距離は 12 cm なので、毎秒 2 cm で動く点 P が、出発してから D まで動くのに 6 秒かかる。また、点 P が B から A まで (B → C → D → A) 動くとき、動く距離は 20 cm なので、点 P が出発してから A まで動くのに 10 秒かかる。したがって、 x の値の範囲は $6 \leq x \leq 10$

点 P が辺 DA 上にあるとき、 $AP = 20 - 2x$ であるから、

$$y = (20 - 2x) \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$y = -4x + 40$$



(3) $\triangle ABP$ の面積が 8 cm² となるのは、点 P が B を出発してから何秒後か求めなさい。

点 P が B から C まで動くとき、動く距離は 8 cm なので、点 P は辺 BC 上にあるとき、 x の値の範囲は $0 \leq x \leq 4$

このとき、 $BP = 2x$ であるから、 $y = 2x \times 4 \times \frac{1}{2}$ よって、 $y = 4x$

点 P が辺 BC 上にあるとき、 $\triangle ABP = 8$ となるのは $8 = 4x$ より $x = 2$

点 P が辺 CD 上にあるとき、 x の値の範囲は $4 \leq x \leq 6$

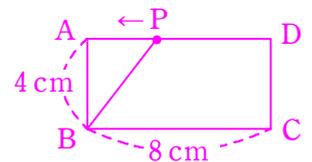
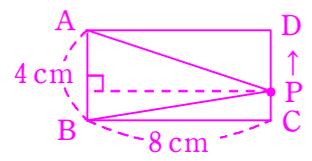
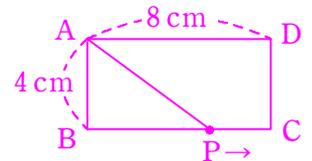
このとき、AB を底辺とすると、高さはつねに 8 cm となるので、 y を x の式で表すと

$y = 4 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16$ したがって、点 P が辺 CD 上にあるとき、面積はつねに 16 cm²

また、点 P が辺 DA 上にあるとき、 $\triangle ABP = 8$ となるのは (2) から

$$8 = -4x + 40 \text{ より } x = 8$$

したがって、 $\triangle ABP$ の面積が 8 cm² となるのは、2 秒後と 8 秒後



9 次の問いに答えなさい。

- (1) 1つのさいころを投げるとき、4以上の目が出る確率を求めなさい。

さいころの目は、1, 2, 3, 4, 5, 6の6つ

この中で4以上の目は、4, 5, 6の3つであるから、

4以上の目が出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- (2) 1つのさいころを続けて2回投げるとき、1回目に出る目の数が2以下の数で、2回目に出る目の数も2以下である確率を求めなさい。

1つのさいころを続けて2回投げるとき、すべての目の出方は

$6 \times 6 = 36$ (通り)

1回目に出る目の数が2以下の数で、2回目に出る目の数も2以下である場合は、

[1回目, 2回目]=[1, 1], [1, 2], [2, 1], [2, 2] の4通り

したがって、求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

	1	2	3	4	5	6
1	○	○				
2	○	○				
3						
4						
5						
6						

- (3) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、出た目の数の積が奇数である確率を求めなさい。

2つの数の積が奇数になるためには、(奇数) × (奇数) のときなので、

大小2つのさいころの目がともに奇数になるのは

[大, 小]=[1, 1], [1, 3], [1, 5]
 =[3, 1], [3, 3], [3, 5]
 =[5, 1], [5, 3], [5, 5] の9通り

したがって、求める確率は $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

	1	2	3	4	5	6
1	○		○		○	
2						
3	○		○		○	
4						
5	○		○		○	
6						

- (4) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とする。このとき、 $a - b \geq 0$ となる確率を求めなさい。

条件を満たすためには、大きいさいころの目 a と小さいさいころの目 b

が、 $a \geq b$ になっていけばよいので、

[a, b]=[6, 1], [6, 2], [6, 3], [6, 4], [6, 5], [6, 6]
 =[5, 1], [5, 2], [5, 3], [5, 4], [5, 5]
 =[4, 1], [4, 2], [4, 3], [4, 4]
 =[3, 1], [3, 2], [3, 3], [2, 1], [2, 2], [1, 1] の21通り

したがって、求める確率は $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

$a \setminus b$	1	2	3	4	5	6
1	○					
2	○	○				
3	○	○	○			
4	○	○	○	○		
5	○	○	○	○	○	
6	○	○	○	○	○	○

10 次の問いに答えなさい。

- (1) 箱の中に白玉と黒玉があわせて10000個はいつている。この箱の中から、200個の玉を無作為に取り出して、黒玉の数を数えると14個であった。この箱の中の黒玉の個数はおよそ何個と推測されるか求めなさい。

無作為に取り出した200個の中の黒玉の割合と、箱の中10000個の黒玉の割合は同じくらいであると推測されるので、箱の中の黒玉の数を x とすると、

$$\begin{aligned}10000 : x &= 200 : 14 \\200x &= 140000 \\x &= 700\end{aligned}$$

したがって、箱の中の黒玉はおよそ700個と推測される

- (2) ある工場で製品の抜き取り検査をしたところ、1000個の中に不良品が2個あった。この製品25万個の中に、不良品はおよそ何個あると推測されるか求めなさい。

無作為に取り出した製品1000個の中にあつた不良品の割合と、25万個の中にある不良品の割合は同じくらいであると推測されるので、25万個の中にある不良品の数を x とすると、

$$\begin{aligned}250000 : x &= 1000 : 2 \\1000x &= 500000 \\x &= 500\end{aligned}$$

したがって、製品25万個の中に不良品はおよそ500個あると推測できる

- (3) 袋の中に白玉だけがたくさん入っている。白玉の個数を推測するために、同じ大きさの赤玉100個をこの袋に入れ、その中から50個の玉を無作為に取り出し、白玉と赤玉の個数を調べた後に袋の中にもどす実験を数回行なつたところ、平均して赤玉は5個入っていた。この結果をもとに、はじめにこの袋の中に入っていた白玉の個数は、およそ何個と推測されるか求めなさい。

はじめに袋の中に入っていた白玉の数を x 個とする。

赤玉100個を入れたあとの袋の中の $(x+100)$ 個から無作為に50個取り出し、この50個の中に平均して赤玉が5個入っていたので、無作為に取り出した50個中の赤玉の割合と、 $(x+100)$ 個の中にある赤玉の割合は同じくらいだと推測されるので、

$$\begin{aligned}(x+100) : 100 &= 50 : 5 \\5(x+100) &= 5000 \\5x+500 &= 5000 \\5x &= 4500 \\x &= 900\end{aligned}$$

したがって、はじめに袋に入っていた白玉の個数はおよそ900個と推測される

11 次の問いに答えなさい。

(1) 次の2次方程式を解きなさい。

① $x^2 = 5$
 $x = \pm\sqrt{5}$

② $x^2 + 4 = 85$
 $x^2 = 85 - 4$
 $x^2 = 81$
 $x = \pm\sqrt{81}$
 $x = \pm 9$

③ $5x^2 - 45 = 0$
 $5x^2 = 45$
 $x^2 = 9$
 $x = \pm\sqrt{9}$
 $x = \pm 3$

④ $3x^2 + 7 = 43$
 $3x^2 = 43 - 7$
 $3x^2 = 36$
 $x^2 = 12$
 $x = \pm\sqrt{12}$
 $x = \pm 2\sqrt{3}$

(2) 次の2次方程式を例にならって解きなさい。

<p>例1) $(x+4)^2 - 9 = 0$ $(x+4)^2 = 9$ $x+4 = \pm\sqrt{9}$ $x+4 = \pm 3$ $x = -4 \pm 3$ $x = -4 + 3, -4 - 3$ $x = -1, -7$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-top: 10px;"> $\square^2 = \Delta$ $\square = \pm\sqrt{\Delta}$ </div>	<p>例2) $x^2 - 6x + 4 = 0$ $x^2 - 6x = -4$ $x^2 - 6x + 9 = -4 + 9$ $(x-3)^2 = 5$ $x-3 = \pm\sqrt{5}$ $x = 3 \pm\sqrt{5}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-top: 10px; text-align: center;"> 両辺に (xの係数の半分)² をたす </div>
---	--

① $(x+2)^2 = 1$
 $x+2 = \pm 1$
 $x = -2 \pm 1$
 $x = -2 + 1, -2 - 1$
 $x = -1, -3$

② $x^2 + 4x = 6$
 $x^2 + 4x + 4 = 6 + 4$
 $(x+2)^2 = 10$
 $x+2 = \pm\sqrt{10}$
 $x = -2 \pm\sqrt{10}$

③ $x^2 - 8x + 3 = 0$
 $x^2 - 8x = -3$
 $x^2 - 8x + 16 = -3 + 16$
 $(x-4)^2 = 13$
 $x-4 = \pm\sqrt{13}$
 $x = 4 \pm\sqrt{13}$

④ $x^2 + 2x - 5 = 0$
 $x^2 + 2x = 5$
 $x^2 + 2x + 1 = 5 + 1$
 $(x+1)^2 = 6$
 $x+1 = \pm\sqrt{6}$
 $x = -1 \pm\sqrt{6}$

⑤ $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 2$
 $x - \frac{1}{3} = \pm\sqrt{2}$
 $x = \frac{1}{3} \pm\sqrt{2}$
 $= \frac{1}{3} \pm \frac{3\sqrt{2}}{3}$
 $= \frac{1 \pm 3\sqrt{2}}{3}$

⑥ $x^2 + x - 1 = 0$
 $x^2 + x = 1$
 $x^2 + x + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$
 $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$
 $x + \frac{1}{2} = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$
 $x + \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$
 $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$
 $= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(3) 次の2次方程式を解きなさい。

① $(x+1)(x-4)=0$

$x=-1, 4$

② $(x-5)(x+3)=0$

$x=5, -3$

③ $x^2-7x=0$

$x(x-7)=0$

$x=0, 7$

④ $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$x=-1$

⑤ $x^2+x-20=0$

$(x+5)(x-4)=0$

$x=-5, 4$

⑥ $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x=2, 3$

⑦ $x^2-16x+64=0$

$(x-8)^2=0$

$x=8$

⑧ $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$x=-5, 3$

⑨ $2(x^2+2)=(x+1)(x+2)$

$2x^2+4=x^2+3x+2$

$x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

$x=1, 2$

⑩ $x^2-\frac{5}{2}x-6=0$ ----- 両辺に2をかける
 $2x^2-5x-12=0$ <-----

2次方程式の解の公式を用いて

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{4}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{121}}{4}$

$= \frac{5 \pm 11}{4} = \frac{5+11}{4}, \frac{5-11}{4} = 4, -\frac{3}{2}$

12 横の長さが、たての長さの2倍より4m短い長方形の花だんがあります。その花だんの面積が126 m²のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 花だんのたての長さをx mとして、方程式を作りなさい。

横の長さは、たての長さx mの2倍より4 m短いので、
横の長さはxを用いて(2x-4) mと表せる。したがって、

$x(2x-4)=126$

(2) 花だんのたての長さを求めなさい。

$x(2x-4)=126$

$2x^2-4x=126$

$2x^2-4x-126=0$

両辺2で割る

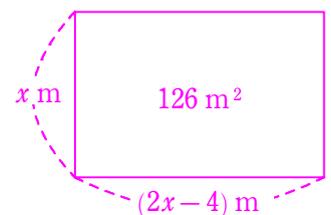
$x^2-2x-63=0$

$(x+7)(x-9)=0$

xは花だんのたての長さなので、x>0

したがって、x=9

A. 9 m



13 関数 $y=ax^2$ について次の問いに答えなさい。

(1) この関数のグラフが、点 $(2, 2)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

$y=ax^2$ のグラフが、点 $(2, 2)$ を通るから

$$2 = a \times 2^2$$

$$2 = 4a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

(2) この関数のグラフが、点 $(-2, -\frac{4}{3})$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

$y=ax^2$ のグラフが、点 $(-2, -\frac{4}{3})$ を通るから

$$-\frac{4}{3} = a \times (-2)^2$$

$$-\frac{4}{3} = 4a$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

14 図のように、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 A があり、その x 座標は -2 である。また、直線 l は点 A を通り、傾きが 2 である。関数と直線 l とのもう一方の交点を B とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) 点 A の座標を求めなさい。

点 A は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点なので、点 A の y 座標は

$$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$$

したがって、点 A の座標は $(-2, 1)$

(2) 直線 l の式を求めなさい。

直線 l は傾き 2 の直線なので、 $y=2x+b$ とおける

この直線 l は点 A $(-2, 1)$ を通るので、

$$1 = 2 \times (-2) + b$$

$$1 = -4 + b$$

$$b = 5$$

したがって、直線 l の式は $y=2x+5$

(3) 点 B の座標を求めなさい。

点 B は直線 l 上の点であり、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点であるので、

$$\begin{cases} y = 2x + 5 & \dots \text{①} \\ y = \frac{1}{4}x^2 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①に②を代入すると、

$$\frac{1}{4}x^2 = 2x + 5$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x - 5 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \phantom{\frac{1}{4}x^2 - 2x - 5 = 0} \\ \phantom{\frac{1}{4}x^2 - 2x - 5 = 0} \end{array} \right\} \times 4$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0 \quad \leftarrow$$

$$(x+2)(x-10) = 0$$

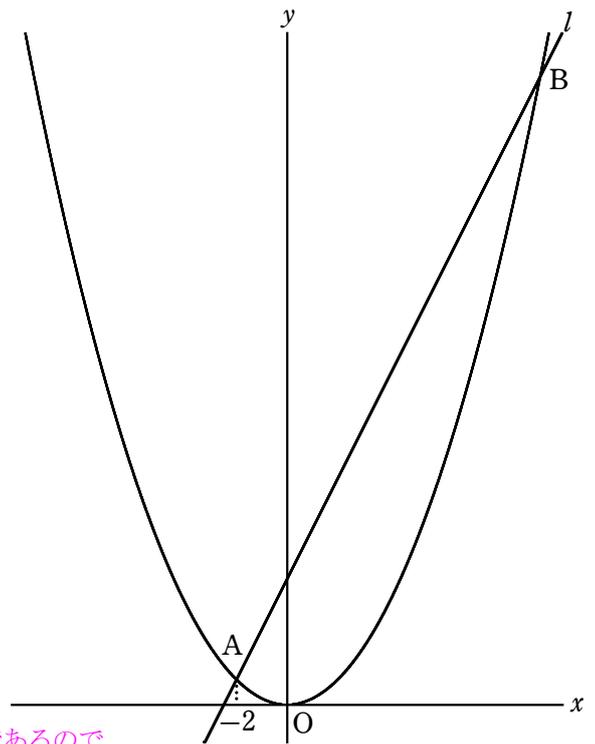
$$x = -2, 10$$

$x = -2$ は点 A の x 座標だから、点 B の x 座標は $x = 10$

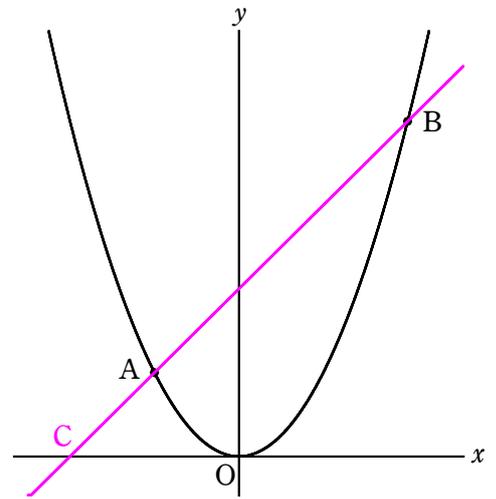
点 B は直線 l 上の点だから、点 B の y 座標は

$$y = 2 \times 10 + 5 = 25$$

したがって、点 B の座標は $(10, 25)$



- 15 図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ グラフ上に2点A, Bがあり、点Aのx座標は-2、点Bのy座標は点Aのy座標の4倍である。次の問いに答えなさい。



- (1) 点Aの座標を答えなさい。

点Aは $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点なので、点Aのy座標は

$$y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$$

したがって、点Aの座標は $(-2, 2)$

- (2) 点Bの座標を求めなさい。

点Bのy座標は点Aのy座標の4倍であるから、点Bのy座標は8

点Bは $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点なので、点Bのx座標は

$$8 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 16 \quad \text{よって、} x = \pm 4$$

図から、点Bのx座標は正なので、点Bのx座標は $x = 4$

したがって、点Bの座標は $(4, 8)$

- (3) 2点A, Bを通る直線の式を求めなさい。

求める直線を $y = ax + b$ とおく

$$\text{点A}(-2, 2) \text{ を通るから } 2 = -2a + b \quad \dots \text{①}$$

$$\text{点B}(4, 8) \text{ を通るから } 8 = 4a + b \quad \dots \text{②}$$

② - ① より

$$\begin{array}{r} 4a + b = 8 \\ -) -2a + b = 2 \\ \hline 6a = 6 \\ a = 1 \end{array}$$

$$8 = 4 \times 1 + b$$

$$8 = 4 + b$$

$$b = 4$$

したがって、求める直線の式は

$$y = x + 4$$

②に $a = 1$ を代入すると

- (4) 直線ABとx軸との交点をCとする。点Cの座標を求めなさい。

点Cはx軸上の点なので、y座標は0

点Cは直線AB上の点なので、点Cのx座標は

$$\begin{array}{l} 0 = x + 4 \\ x = -4 \end{array}$$

したがって、点Cの座標は $(-4, 0)$

- (5) $\triangle BCO$ をx軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π 、単位は cm^3 とする。

$\triangle BCO$ をx軸を軸として1回転させてできる立体は、右の図のような円錐から円錐をくりぬいたものである。

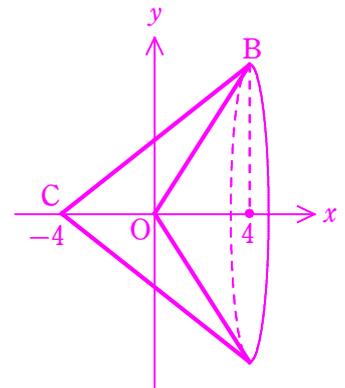
外側の円錐の体積は、底面の半径は8で、高さは8であるから、

$$8^2 \times \pi \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{512}{3} \pi$$

内側の円錐の体積は、底面の半径は8で、高さは4であるから、

$$8^2 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{256}{3} \pi$$

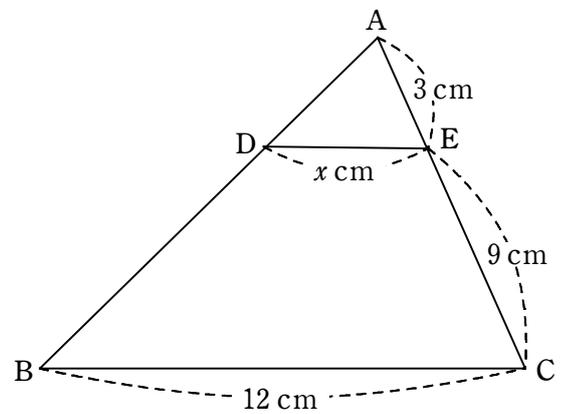
よって、求める体積は、 $\frac{512}{3} \pi - \frac{256}{3} \pi = \frac{256}{3} \pi (\text{cm}^3)$



- 16 右の図において、 $DE \parallel BC$ であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) x の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} 3 : x &= (3+9) : 12 \\ 3 : x &= 12 : 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



(2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積比を求めなさい。

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

$DE \parallel BC$ より $\angle AED = \angle ACB \dots \textcircled{1}$

共通の角なので $\angle EAD = \angle CAB \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相似比は $AE : AC = 3 : 12 = 1 : 4$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗になるので、

$\triangle ADE : \triangle ABC = 1 : 16$

- 17 平行四辺形 $ABCD$ がある。辺 AB を $2 : 3$ に分ける点を E 、線分 DE と対角線 AC の交点を F 、 AC の中点を G とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $AF : FG$ をもっとも簡単な整数比で答えなさい。

$AB = DC$, $AE : AB = 2 : 5$ なので、

$AF : FC = AE : DC = 2 : 5$

よって、 $AF : AC = 2 : 7$

点 G は中点なので、 $AC : AG = 2 : 1$

よって、 $AF : AG = 2 : \frac{7}{2}$

$FG = AG - AF$ だから、 $AF : FG = 2 : \left(\frac{7}{2} - 2\right) = 2 : \frac{3}{2} = 4 : 3$

(2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積は $\triangle AEG$ の面積の何倍か求めなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle AEC$ の面積比は $\triangle ABC : \triangle AEC = AB : AE = 5 : 2$

よって、 $2 \triangle ABC = 5 \triangle AEC$

$\triangle ABC = \frac{5}{2} \triangle AEC \dots \textcircled{1}$

$\triangle AEC$ と $\triangle AEG$ の面積比は $\triangle AEC : \triangle AEG = AC : AG = 2 : 1$

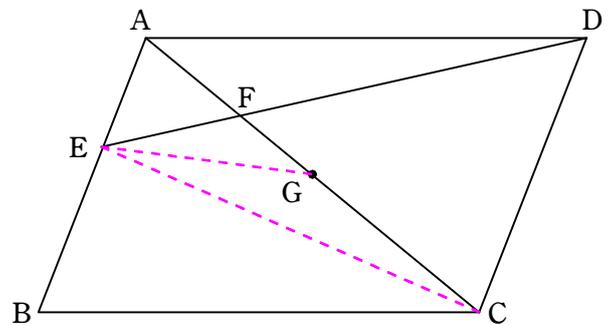
よって、 $\triangle AEC = 2 \triangle AEG \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ に $\textcircled{2}$ を代入 $\triangle ABC = \frac{5}{2} \times 2 \triangle AEG = 5 \triangle AEG$

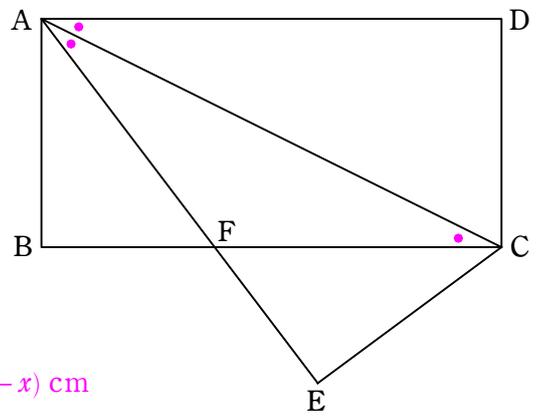
平行四辺形 $ABCD$ は $\triangle ABC$ の2倍なので、

平行四辺形 $ABCD = 2 \triangle ABC = 2 \times 5 \triangle AEG = 10 \triangle AEG$

したがって、平行四辺形 $ABCD$ の面積は $\triangle AEG$ の面積の10倍



- 18 長方形 ABCD について、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=10\text{ cm}$ である。
対角線 AC に沿って折り返したとき、図のようになった。
次の問いに答えなさい。



- (1) BF の長さを求めなさい。

BF を $x\text{ cm}$ とすると、CF は $(10-x)\text{ cm}$ と表せる。

対角線で折り返しているので、 $\angle DAC = \angle CAF$

平行線の錯角は等しいので、 $\angle DAC = \angle ACF$

以上のことから、 $\angle CAF = \angle ACF$

よって、 $\triangle FAC$ は二等辺三角形であるから、 $AF = CF = (10-x)\text{ cm}$

$\triangle ABF$ で三平方の定理を用いると、 $x^2 + 5^2 = (10-x)^2$

$$x^2 + 25 = 100 - 20x + x^2$$

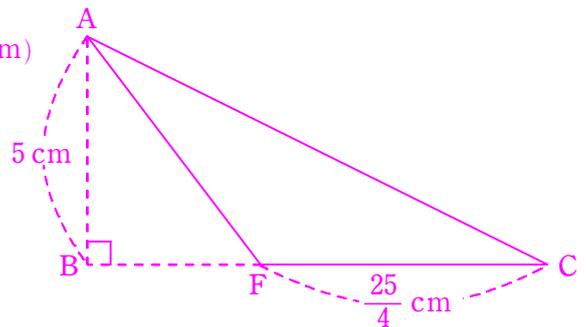
$$20x = 75$$

$$\text{よって、} x = \frac{15}{4} (\text{cm})$$

- (2) $\triangle ACF$ の面積を求めなさい。

(1) より、 $BF = \frac{15}{4} (\text{cm})$ なので、 $CF = 10 - \frac{15}{4} = \frac{25}{4} (\text{cm})$

よって、 $\triangle ACF = \frac{25}{4} \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{125}{8} (\text{cm}^2)$



- 19 図のように、半径 3 cm の円 O と直線 CD は点 D で接している。
 $BC=3\text{ cm}$ であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) CD の長さを求めなさい。

$\angle ODC = 90^\circ$ なので、 $\triangle OCD$ は直角三角形

$\triangle OCD$ で三平方の定理を用いると、

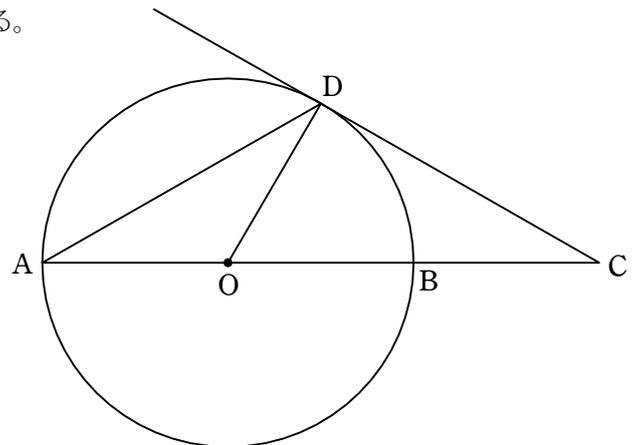
$$OD^2 + CD^2 = OC^2$$

$$3^2 + CD^2 = 6^2$$

$$9 + CD^2 = 36$$

$$CD^2 = 27$$

$CD > 0$ なので、 $CD = 3\sqrt{3}$



- (2) $\triangle AOD$ の面積を求めなさい。

点 D から AC に垂線をおろし、その交点を E とする。

$\triangle OED$ と $\triangle ODC$ について、

$\angle OED = \angle ODC$ 、 $\angle DOE = \angle COD$

なので、2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle OED \sim \triangle ODC$$

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

$$ED : DC = OD : OC$$

$$ED : 3\sqrt{3} = 3 : 6$$

$$6ED = 9\sqrt{3}$$

$$ED = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

よって、 $\triangle AOD = 3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2)$

